

ГЛАВА 1

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД И МАССИВОВ

1.1. Генезис, состав и строение горных пород

**1.2. Слоистость и трещиноватость породных
массивов**

1.3. Классификация горных пород

**1.4. Упругость, хрупкость и пластичность горных
пород**

**1.5. Деформационные и прочностные
характеристики горных пород**

**1.6. Деформирование и разрушение горных пород
за пределом прочности**

1.7. Масштабный эффект в горных породах

1.8. Реологические свойства горных пород

1.9. Понятие о теории наследственной ползучести

**1.10. Определение механических свойств горных
пород в натуральных условиях**

**1.11. Статистическая обработка
результатов измерений**

Исследования в геомеханике начинаются с изучения физико-механических свойств породного массива. При этом особое внимание уделяется особенностям горных пород, которые возникли в процессе их образования: слоистость, трещиноватость, пористость, неоднородность, прочность и т.п. Эти знания служат основанием для последующей разработки физических и математических моделей, выполнения геомеханических расчетов.

1.1. Генезис, состав и строение горных пород

По происхождению горные породы делятся на магматические, осадочные и метаморфические.

Магматические породы образовались в результате охлаждения и затвердения магмы. В зависимости от места ее затвердения различают **интрузивные**, или глубинные, и **эффузивные**, или излившиеся горные породы. К первым относятся, например, гранит, сиенит, диорит, габбро; ко вторым - диабаз, андезит, базальт и т.п.

Осадочные породы образовались при осаждении, накоплении и последующей литификации в водной или воздушной среде продуктов физического или химического разрушения (выветривания) исходных пород с последующим уплотнением и, нередко, с цементацией осадка. В соответствии с условиями образования, осадочные породы имеют, за редким исключением (валунные ледниковые глины), пластовый характер залегания. К осадочным породам относят глины, аргиллиты, алевролиты, мел, мергели и т.д.

Часть осадочных пород, сформировавшаяся в одних и тех же геологических условиях, называется **фацией**.

Метаморфическими называют горные породы иногда магматического, но, преимущественно, осадочного генезиса, подвергшиеся после образования в глубинах земной коры воздействию высокого давления, температуры, минерализованных растворов и газов. Это различного рода кварциты, мрамор, кристаллические сланцы и т.д.

Горные породы состоят из зерен, кристаллов, обломков различных минералов и цемента – вещества, связывающего эти частицы – и пор. В порах горных пород содержатся вода и газы.

Под **минералом** понимают природное химическое соединение или самородный элемент.

По составу горные породы могут быть **простыми**, или мономинеральными, и **сложными**, или полиминеральными. Большинство горных пород относится к сложным агрегатам.

Из общего числа известных минералов, превышающего 3000, особое значение при образовании и строении горных пород имеют не более 100 и даже 20. Такие минералы называют **породообразующими**. К ним относятся:

- группа кварца (кварц, кремьень, халцедон и др.);
- силикаты (полевые шпаты, слюды, амфиболы, пироксены и др.);
- карбонаты (кальцит, доломит и др.);
- гидрофильные глинистые (каолинит, монтмориллонит, иллиты и др.);
- гидрофобные (гипс, галит и др.).

Свойства пород существенно зависят от того, в каком соотношении находятся слагающие их минералы. Повышенное содержание минералов двух последних групп приводит к пониженной прочности, которая заметно изменяется в присутствии воды. Наибольшую прочность имеют кварцевые породы с кремнистой цементацией (кремнистые песчаники, кварциты). Довольно прочными являются силикаты с малым содержанием слюды и карбонатные породы.

В зависимости от генезиса горные породы по размерам, условиям контактирования и расположению в пространстве слагающих элементов разделяют на **кристаллические, аморфные и обломочные** [21].

Кристаллическими могут быть как магматические, так и осадочные породы. К ним же относятся и органогенные породы, являющиеся продуктами жизнедеятельности организмов. К группе осадочных кристаллических пород относятся соль, гипс, ангидрит, известняки, мел, доломиты.

Горные породы аморфного строения имеют значительно меньшее распространение, чем кристаллические. К ним относятся естественные стекла – обсидианы – и породы, имеющие тонкокристаллическое или неполнокристаллическое строение, например, кремни.

Обломочные породы имеют большое распространение в природе. Они образуются в результате выветривания, переноса под действием воды или ветра и дальнейшей метаморфизации.

С происхождением пород тесно связаны их петрографические характеристики: **структура** (строение) и **текстура** (сложение).

Под **структурой** в данном случае подразумевают особенности внутреннего строения горной породы, обусловленные величиной и формой слагающих элементов, степенью их кристаллизации, а также характером связи между частицами. Различают порфировую, скрытокристаллическую, стекловатую, губчатую, обломочную и иные типы структур. При одинаковом минеральном составе мелкозернистые породы обладают более высокой прочностью по сравнению с крупнозернистыми. В массивно-кристаллических породах прочность связей нередко выше прочности минеральных зерен, которые при нагружении разрушаются первыми. Некоторые типы кристаллических структур приведены на рис. 1.1.

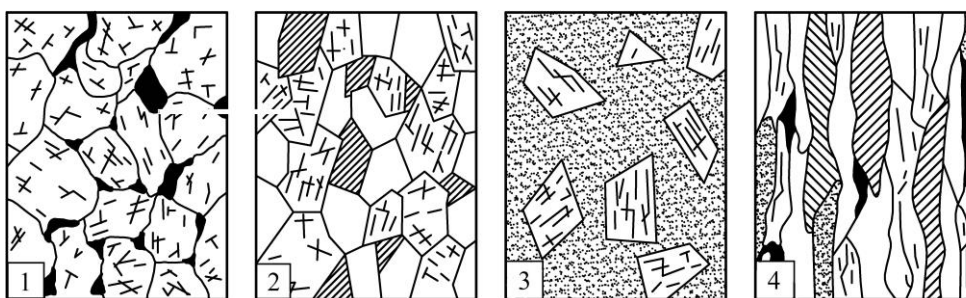


Рис. 1.1. Различные типы кристаллических структур:

1 – равномернозернистая; 2 – разнозернистая;
3 – порфировая; 4 – волокнистая

Обломочные породы подразделяются на четыре структурные группы: грубообломочные (псефиты), песчаные (псаммиты), мелкоземистые (алевриты) и глинистые (пелиты).

Среди обломочных пород различаются рыхлые и сцементированные, которые в свою очередь различаются по характеру частиц - угловатые или окатанные. Сцементированные скопления угловатых частиц называются **брекчийей**, сцементированные скопления окатанных частиц – **конгломератами**.

Среди песчаных пород также встречаются рыхлые и сцементированные. К рыхлым породам относятся пески, которые в зависимости от состава минеральных зерен бывают кварцевыми и полимиктовыми. Первые состоят из зерен кварца, вторые - из зерен различных минералов.

Пески различаются еще и по размерам зерен: крупнозернистые (1-0,5 мм), среднезернистые (0,5-0,2 мм), и мелкозернистые (0,2-

0,1 мм), а также однородные (размер зерен постоянен) и разнотернистые (размер зерен разный). Цементированные песчаные породы (псаммиты) называются песчаниками. Песчаники различаются по составу образующих их минералов, размерам зерен и по связующему их цементу. В зависимости от размеров зерен песчаники так же, как и пески, бывают крупнозернистые, среднетернистые, мелкозернистые, равномернозернистые и разнотернистые.

Мелкоземистые породы (алевриты) занимают промежуточное положение между песчаными и глинистыми. К этим породам относятся главным образом осадки континентального происхождения: супеси, суглинки и лесс.

К глинистым породам (пелитам) относятся глины, аргиллиты и глинистые сланцы.

Аргиллиты обычно цементированы халцедоном (SiO_2), вследствие чего они приобретают высокую прочность (их называют камнеподобными глинами). Если аргиллит легко раскладывается вдоль плоскости сланцеватости, то его называют глинистым сланцем.

Для обломочных горных пород особенно важным с точки зрения их механических свойств являются состав и строение цементов, связывающих отдельные обломки в единое целое. По составу цементирующие вещества бывают: кремнистые (цемент из SiO_2 или $\text{SiO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$), известковые (цемент из CaCO_3), железистые (цемент из $\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ или FeCO_3), глинистые (цемент из глинистого вещества). По строению цементирующие вещества различаются. На рис. 1.2. показаны различные типы структур цементов.

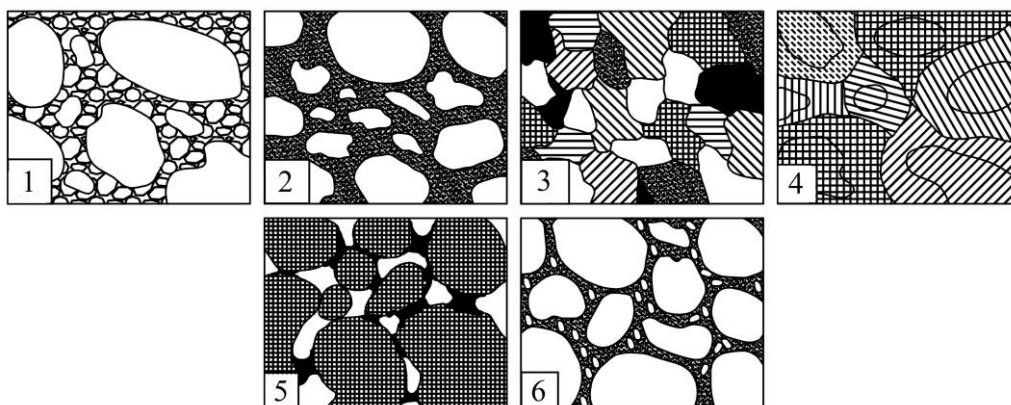


Рис. 1.2. Характерные типы структур цементов: 1 – монокристаллический; 2 – поликристаллический; 3 – регенерационный (цемент разрастания); 4 – то же, но без следов первоначальных зерен; 5 – цемент механического заполнения пор; 6 – контактный

Монокристаллический цемент отличается тем, что его кристаллы значительно крупнее обломков, поэтому последние кажутся погруженными в цемент.

Поликристаллический цемент сам состоит из большого количества плотно прилегающих друг к другу кристаллических зерен, которые располагаются между обломками.

Регенерационный цемент характерен для кварцитов, обладающих наибольшей прочностью среди осадочных горных пород.

В этом случае отдельные зерна кварца стремятся восстановить свои кристаллографические очертания за счет цемента, имеющего аналогичный состав (SiO_2).

Цемент механического заполнения является наименее прочным и образуется в результате заполнения свободных пространств между обломками, главным образом глинистым материалом.

Широко распространен среди осадочных обломочных пород контактный цемент, концентрирующийся только по местам контакта обломков; при этом в породе остается много свободного пространства - пор. Породы с кремнистым контактным цементом обладают высокой прочностью.

Текстура горных пород характеризует закономерности в распределении структурных элементов на макроуровне, например, массивная текстура, слоистая, полосчатая, сланцевая и др.

Основным текстурным признаком осадочных пород является **слоистость**, которая возникает в процессе их образования.

Слоистость пород связана с особенностями осадконакопления и возникает за счет изменения размеров зерен одинакового состава в вертикальном направлении, чередования зерен различного состава, при ориентировке некоторых из них в определенном направлении (рис. 1.3).

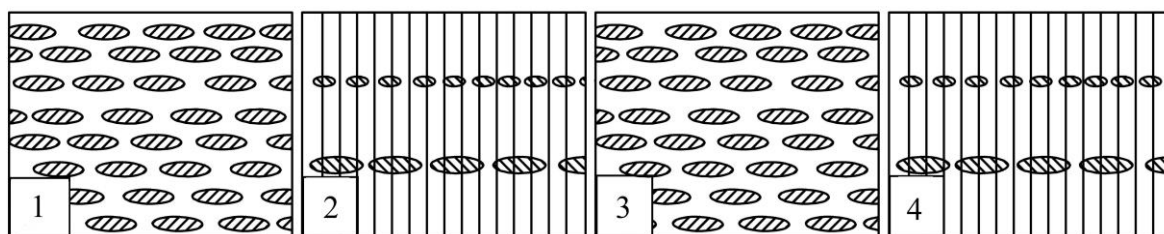


Рис. 1.3. Типы слоистости. Слоистость, обусловленная:

1 – дисперсность зерен; 2 – чередованием слоев различного минерального состава; 3 – горизонтальной ориентировкой частиц; 4 – расположением в одной плоскости какого-либо материала

Анизотропия горных пород главным образом обуславливается их слоистостью.

Различают **микрослоистость**, т.е. слоистость в пределах одной литологической разности, и **макрослоистость** – наличие различных литологических разностей, слагающих породный массив. Микрослоистость, в свою очередь, оценивают по геометрическим признакам – параллельная, косая, волнистая, прерывистая; по резкости проявления – неясная, отчетливая.

Со слоистостью связана способность горных пород разделяться на отдельные слои, или расслаиваться. Чем слабее силы взаимодействия на контакте слоев, тем легче такие породы обрушаются в обнажениях.

Породные массивы, сложенные различными литологическими разностями, в зависимости от различия в деформационных характеристиках отдельных слоев, могут быть отнесены к двум видам:

1. Сложенные слоями без резких скачков в деформационных свойствах.

2. С резкими изменениями деформационных свойств при переходе от одного слоя к другому.

В массивах первого вида непрерывность изменения свойств позволяет отнести их к сплошным. В массивах второго вида в слоях более жестких деформации сдвига раньше достигают предельных значений и приводят к разрушению, в то время как в пластичных слоях разрушение не наблюдается. Такая скачкообразность механических свойств, приводящая к резкому изменению напряжений на контактах слоев, приводит к тому, что породный массив не может рассматриваться как сплошной. В этом случае методы механики сплошной среды могут привлекаться только при специальном учете граничных условий на контактах. При этом математическая модель массива значительно усложняется.

Следующим текстурным признаком является **сланцеватость**, которая происходит вследствие слабого движения пород внутри земной коры. Сланцеватость очень развита у глинистых пород. Проявляется она в виде способности породы раскалываться на тонкие пластинки по параллельным плоскостям. Обычно плоскости сланцеватости не совпадают с плоскостями слоистости. Плоскости сланцеватости возникают в направлении действия одностороннего давления; по отношению к углам плоскостей слоистости углы плоскости сланцева-

тости могут быть различными. Прочность породы по этим плоскостям наименьшая.

Особой структурной формой в породах и углях является **кливаж**, который по формальным признакам не отличается от трещин, но генетически более близок к сланцеватости. Различают **кливаж течения** и **кливаж разлома** [22].

Существенным текстурным признаком горных пород является их пористость - отношение объема пор (пустот) к объему всей породы. Это так называемая **абсолютная** или **физическая пористость**. Различают еще и **эффективную пористость**, которая всегда меньше или равна абсолютной, так как учитывает только те поры, которые сообщаются между собой.

Как правило, обломочные горные породы имеют большую пористость, нежели кристаллические. Наибольшей абсолютной пористостью обладают глины - до 45%.

Пористость магматических и метаморфических пород очень мала (в пределах 0,8-1,2%) и связана в основном с трещиноватостью. Пористость песчаников зависит от структуры цемента: пористость песчаников с поликристаллическим цементом приближается к 3%, а с контактным цементом - 39%. В целом же пористость обломочных горных пород уменьшается с увеличением глубины их залегания. При прочих одинаковых условиях, чем больше пористость породы, тем меньше ее прочность.

Следует отметить, что в западной литературе нет существенной разницы между понятиями структуры и текстуры. Оба понятия объединяются в одно – структурная неоднородность. Кроме того, следует различать структурные особенности горных пород на уровне образца и на уровне породного массива. Так, например, макротрещиноватость является структурной особенностью массива горных пород, микротрещиноватость – образца горных пород.

Горные породы могут быть однородными, неоднородными, изотропными, анизотропными.

Однородными называют породы, обладающие одинаковым составом во всех точках (рис. 1.4,а).

Неоднородными называют породы, обладающие различным составом в разных точках (рис. 1.4.б).

Изотропными называют породы, обладающие одинаковыми свойствами во всех направлениях.

Анизотропными называют породы, свойства которых в разных направлениях различны. Анизотропией обычно обладают кристаллы, породы слоистой и полосчатой структур и др.

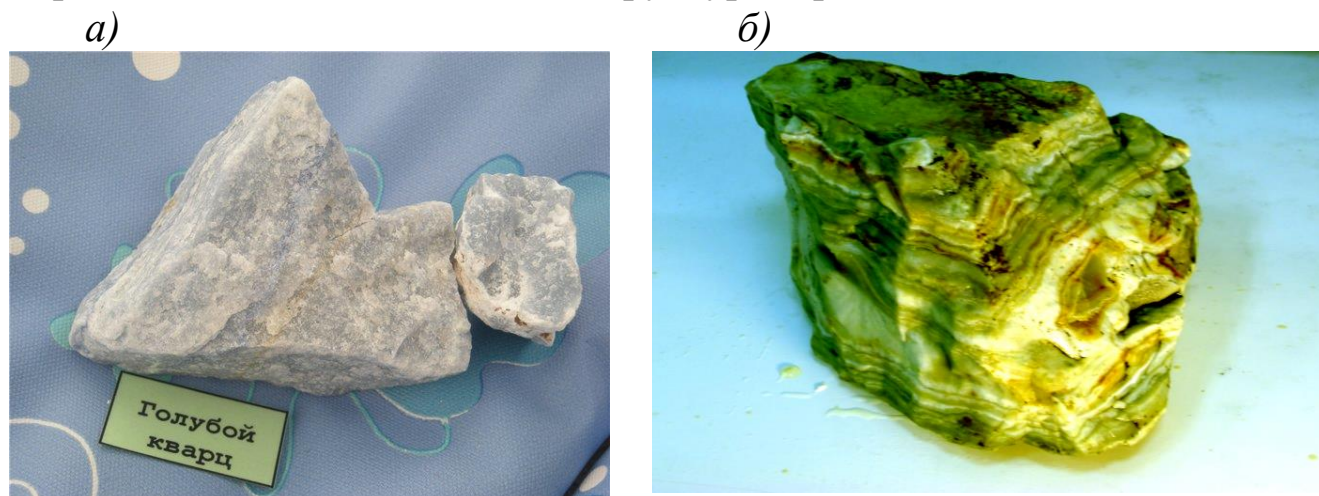


Рис. 1.4. Однородная (а) и неоднородная (б) горные породы

1.2. Трещиноватость породных массивов

В результате тектонических движений в земной коре возникают напряжения, которые при достижении предела прочности пород приводят к образованию в ней разрывов. Разрывы сплошности пород проявляются, прежде всего, в виде трещин. Последние при дальнейшем действии сил перерастают в разрывные нарушения. Таким образом, под разрывным нарушением понимают результат тектонических движений, при котором горные породы разрываются по некоторой поверхности и разъединенные части смещаются относительно друг друга [23].

Трещинами называют разрывы в горных породах, перемещения по которым совершенно отсутствуют или незначительны. Совокупность трещин, расчленяющих тот или иной участок земной коры, принято называть **трещиноватостью**. Примеры микро - и макротрещиноватости приведены на рис. 1.5 и 1.6.

Испытываемое горными породами всестороннее сжатие или последующая цементация приводят к некоторому восстановлению связности по поверхностям разрыва сплошности, поэтому они чаще всего обладают определённым сцеплением и сопротивлением отрыву и называются уже не трещинами, а **поверхностями ослабления**. Однако уже в начальной стадии деформирования массива горных пород по

поверхностям ослабления возникают новые разрывы сплошности – трещины [24].

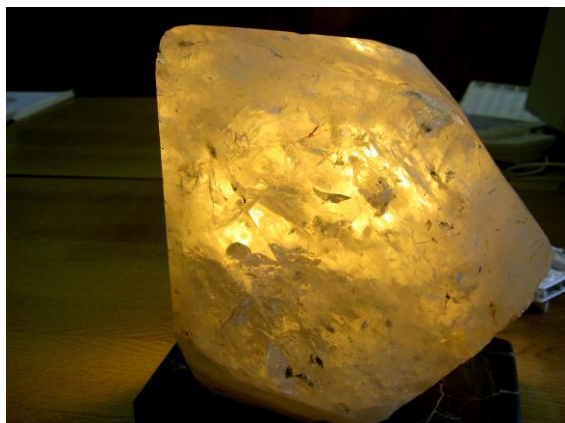


Рис. 1.5. Микротрещины в кристалле горного хрусталя



Рис. 1.6. Макротрещиноватость массивов в обнажениях

Трещиноватость, как отмечалось выше, является одной из структурных особенностей породного массива.

Трещины, наблюдаемые в горных породах, принято делить по генетическому признаку на:

- **естественные** (прирожденные, первичные), возникающие в процессе формирования геологических тел;
- **тектонические**, образовавшиеся в результате горообразовательных процессов;
- **искусственные**, появляющиеся в процессе осуществления подготовительных и очистных работ в шахтах, буровзрывных работ, образования заколов, а также вследствие других причин.

Естественные трещины являются повсеместно распространенными, но наиболее четко они выражены в осадочных породах в областях с горизонтальным залеганием слоев. Естественные трещины не пересекают сколько-нибудь мощные слои пород, а тесно связаны с отдельными литологически однородными слоями. По отношению к слоистости они могут располагаться различно, но преимущественно являются нормальносекущими трещинами отрыва.

Тектонические трещины развиваются в горных породах под влиянием тектонических сил, проявляющихся в земной коре в процессе ее образования. Возникающие при этом деформации почти всегда сопровождаются развитием в горных породах трещин, образующихся как на сравнительно малых площадях, так и на огромных про-

странствах [25]. Отличие их от нетектонических трещин заключается, прежде всего, в том, что тектонические трещины обладают большей выдержанностью в ориентировке и развиваются одинаково в различных по составу породах. Тектонические трещины наклонены к плоскостям напластования под разными углами; этим они и отличаются от трещин прирожденных (естественных). Направление тектонических трещин совпадает с направлением основных разрывных нарушений данного района. Так, например, для целого ряда районов Донбасса прирожденные трещины имеют меридиональное направление с отклонением 15-20°.

Тектонические явления содействуют раскрытию ранее скрытых естественных трещин. Поверхности тектонических трещин обычно покрыты бороздками скольжения, так как очень часто они являются плоскостями смещения пород. При тектонических подвижках может происходить сдвигание блоков друг относительно друга.

Каждая отдельная трещина характеризуется длиной, шириной, извилистостью стенок, а также положением трещины в пространстве, которое в геологии принято обозначать углом падения и азимутом направления падения. Трещины различаются также наличием или отсутствием в них заполнителей, в соответствии с чем они подразделяются на **открытые** (зияющие) и **заполненные**.

По раскрытости или мощности заполнения выделяются следующие виды трещин: видимые невооруженным глазом (открытые, закрытые и «волосные») и микротрещины. Ширина открытых трещин или мощность их заполнения определяется непосредственными замерами, ширину закрытых трещин можно считать равной 0,8...0,5 мм, «волосных» – 0,5...0,2 мм.

Заполнитель в трещинах может быть представлен рыхлыми отложениями типа песчано-глинистых грунтов либо образованиями, отличающимися от пород массива по минералогическому составу, но сходными с ними по структуре и физическим свойствам.

Частота трещин зависит от мощности и состава пласта. Например, чем меньше мощность пластов и прочность пород, тем чаще трещины [23]. По данным многих исследователей [26] в карбонатных породах многих районов в пластах мощностью от 0,5 до 2,0 м эта связь прямолинейна. М.В. Рац [27] считает ее параболической.

В зависимости от того как трещины ориентированы, различают упорядоченную (одно-, двухсистемную) и неупорядоченную трещи-

новатость. Пересекаясь, трещины разбивают породный массив с некоторым характерным размером H на отдельные структурные блоки со средним размером $h_{cp.}$. Отношение $H/h_{cp.}$ называется **интенсивностью трещиноватости**. Кроме того, для количественной оценки трещиноватости используют **линейный, площадной и объемный коэффициенты интенсивности трещиноватости**. Они представляют собой соответственно отношение единицы длины, площади, объема к среднему расстоянию между соседними трещинами $l_{cp.}$, к площади $S_{cp.}$ и объему структурного блока $V_{cp.}$

Роль естественных трещин в изменении механической характеристики массива горных пород являлась предметом многолетних исследований коллективов ученых разных стран [28-31].

М.М. Протодряконов, указывая на различие между прочностью лабораторных образцов и прочностью массива, в качестве основной причины рассматривал именно трещиноватость пород и углей [31].

Г.Л. Фисенко отмечает, что при изучении механических свойств массивов горных пород как среды, в которой проводятся горные выработки, необходимо различать поверхности ослабления: а) большой протяженности, по которым происходит скольжение одной части деформируемого массива относительно другой, являющиеся поверхностями разрыва сплошности массива, и б) небольшой протяженности, расположенной ступенчато относительно друг друга и образующие системы определенным образом ориентированных трещин. При деформировании больших областей массива (линейные размеры которых на порядок больше линейных размеров блоков, ограниченных смежными трещинами) структурные ослабления небольшой протяженности не являются поверхностями скольжения и разрыва непрерывности деформаций и смещений, а являются лишь элементами структуры массива горных пород, снижающих прочность породного массива.

Следует отметить, что трещиноватость приводит к существенному снижению прочностных характеристик породного массива. Отличие прочности пород в образце и массиве может быть весьма значительным. В этой связи при выполнении геомеханических расчетов учету трещиноватости массива придается особое значение.

1.3. Классификация горных пород

1.3.1. Классификация горных пород по характеру внутренних связей

Применительно к кругу задач, решаемых механикой горных пород, породы удобно классифицировать по характеру связей между слагающими ее минеральными частицами. По этому признаку выделяют следующие классы пород.

Твердые, в которых слагающие их твердые минеральные частицы связаны между собой жесткой связью, обеспечивающей сохранение формы (рис. 1.7).

К ним относятся магматические, осадочные сцементированные и метаморфические породы. В этом классе обычно выделяют скальные и полускальные породы. К скальным относят крепкие породы со структурными кристаллизационными или упругими аморфными связями. При насыщении водой силы сцепления у таких пород не ослабевают. Примерами скальных пород служат граниты, диабазы, базальты, крепкие песчаники, известняки. У полускальных пород в присутствии воды связи ослабевают, либо исчезают полностью. Связь между минеральными частицами может быть не только жесткой, но и пластичной. Примерами таких пород являются слабо сцементированные песчаники, слабые известняки, доломиты, мергели. При деформировании породы этого класса ведут себя как упругие тела.

У **связных**, или глинистых, пород, связь между минеральными частицами обеспечивается посредством обволакивающих их тонких пленок воды (рис. 1.8).



Рис. 1.7 Твердые горные породы:
гранит



Рис. 1.8. Связные горные породы:
глина

При этом возможна также слабая цементация. Глинистые породы содержат большое количество глинистых минералов (каолинит,

монтмориллонит, гидрослюды и т.д.). Глинистые минералы сообщают связным породам целый ряд специфических свойств, прежде всего, пластичность. Весьма характерна их способность к набуханию и усадке.

Таким образом, свойства связных пород в значительной мере определяются соотношением твердых, жидких и газообразных составляющих, а также зерновым и минералогическим составом. В зависимости от этого глинистая порода может находиться в твердом, пластичном или текучем состоянии. По содержанию глинистых частиц в массе породы различают глины (более 30%), суглинки (30 - 10%) и супеси (до 10%).

Сыпучие породы характеризуются полным отсутствием связей между минеральными частицами (рис. 1.9).

Отдельно следует выделить класс, к которому относятся породы, у которых минеральные частицы разобщены водой. Это, прежде всего, **пывуны**, а так же пески, насыщенные водой.

Мелкодисперсные сыпучие породы при насыщении водой проявляют свойства пывучести, т.е. при обнажении откоса расплываются подобно вязкой жидкости. Для выяснения природы пывучести породу целесообразно рассматривать, как состоящую из двух фаз: твердой и жидкой.

Твердой фазой являются минеральные частицы крупностью более 0,005 мм, временно находящиеся во взвешенном состоянии.



Рис. 1.9. Сыпучие горные породы: песок

Жидкая фаза - это грунтовая вода со взвешенными мельчайшими минеральными частицами. Здесь важную роль играет связанная вода, состоящая из молекул, удерживаемых мелкодисперсными ча-

стицами. Повышенная плотность связанной воды и большая поверхность частиц придают жидкой фазе особые свойства: жидкая фаза приобретает большую плотность, достигающую $1,5 \text{ г/см}^3$, что увеличивает ее взвешивающее действие. Благодаря этому трение между частицами твердой фазы уменьшается, а устойчивость всей системы понижается.

Такая система оказывается весьма чувствительной к динамическим воздействиям и другим импульсам (взрывы, землетрясения, вибрация, гидродинамическое воздействие). При силовых воздействиях может наступить разжижение песка, иногда на больших площадях, с потерей несущей способности, сопровождающееся деформацией расположенных на них сооружений. Склонными к переходу в пловунное состояние являются хорошо скатанные мелкозернистые пески, имеющие пористость более 43% и эффективный диаметр менее 0,1 мм. Крупнозернистые и среднезернистые пески даже при более высокой пористости не подвергаются разжижению.

По отношению к воде пловуны иногда подразделяют на две группы: **типичные**, или истинные, пловуны, не отдающие воду, и **осушаемые** пловуны, отдающие воду при образовании поверхности породного обнажения. Типичные пловуны в значительной мере насыщены мелкодисперсными фракциями, и содержат связанную воду и обладают специфическим запахом.

В осушаемых пловунах преобладающими являются фракции более крупные: $> 0,005 \text{ мм}$, склонные к оседанию.

Явления внезапного разжижения (**тиксотропии**) присущи не только пескам, но и глинистым породам, как это отмечалось ранее.

В практике разработки месторождений имели место случаи внезапного прорыва в выработки разжиженных глин в значительных объемах.

При пересечении водоносных пород горными выработками выбор специального способа проходки зависит от типа пловуна. Так, при наличии типичного, не отдающего воду, пловуна, метод предварительного водопонижения не даст необходимого эффекта.

Наибольший объем всех горных работ приходится на твердые породы, поэтому их изучение представляет основной интерес в механике горных пород.

1.3.2. Классификация горных пород по М.М.Протоdjяконову

М.М. Протодяконов рассматривал горные породы как тела до некоторой степени несвязанные. Это позволило ему найти общую основу для решения различных задач, как для сыпучих тел, так и для связных.

Известно, что для сыпучих тел основной механической характеристикой является угол внутреннего трения - ρ . Условие предельного равновесия для такой среды имеет вид

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \rho = \sigma f, \quad (1.1)$$

где τ и σ – соответственно касательные и нормальные напряжения на рассматриваемой предельной наклонной площадке, f – коэффициент внутреннего трения.

Из (1.1) следует, что

$$\frac{\tau}{\sigma} = f. \quad (1.2)$$

Для связных пород условие предельного равновесия записывается следующим образом

$$\tau = C + \sigma \operatorname{tg} \rho, \quad (1.3)$$

где C – сцепление пород.

Разделив правую и левую часть выражения (1.3) на σ , получим

$$\frac{\tau}{\sigma} = \frac{C}{\sigma} + \operatorname{tg} \rho. \quad (1.4)$$

Правую часть уравнения (1.4) обозначим через f_1 , тогда из (1.4) получим

$$\frac{\tau}{\sigma} = f_1, \quad (1.5)$$

что по смыслу аналогично выражению (1.2).

Опираясь на (1.2) и (1.4), можно записать

$$f_1 = \frac{C}{\sigma} + \operatorname{tg} \rho = \operatorname{tg} \beta_1.$$

М.М. Протодяконов назвал угол β_1 «кажущимся углом трения», а коэффициент f_1 – «кажущимся коэффициентом трения», позднее – коэффициентом крепости.

П.М. Цимбаревич [32] в последующем использовал аналогичный подход и предложил называть угол β_1 углом внутреннего сопротивления. Формально эта интерпретация возможна, поскольку функция $\operatorname{tg} \beta_1$ может принимать любое значение и таким образом учитывать в относительной форме величину коэффициента сцепления C .

Неопределенность вызывает лишь то, что f_1 состоит из двух слагаемых: $tg\rho$ - некоторой константы и $\frac{C}{\sigma}$ - переменной величины, являющейся функцией нормального напряжения. Угол внутреннего трения является величиной, имеющей определенный физический смысл, которая может быть определена экспериментально в лаборатории. Кажущийся коэффициент трения является величиной условной, которая как характеристика сопротивления сдвигу – неоднозначна и экспериментально получена быть не может. Однако, это позволило М.М. Протодьяконову найти общую основу для решения задач механики горных пород и, в частности, составить классификацию горных пород по крепости (табл. 1.1), которая нашла широкое практическое применение.

Как видно из табл. 1.1, породы разбиты по крепости на десять категорий, пять из которых имеют подкатегории. Для того чтобы отнести породу к той или иной категории, необходимо знать коэффициент крепости. Для определения этого коэффициента М.М. Протодьяконов пользовался результатами испытаний образцов горных пород на одноосное сжатие. При определении коэффициента крепости принимается, что каждая единица крепости соответствует 10 МПа прочности на сжатие, т.е.

$$f = \frac{R_c}{10}.$$

Для пород сыпучих в качестве коэффициента крепости принимается численное значение коэффициента внутреннего трения.

Следует иметь в виду, что в практике понятию крепости породы придается более широкое значение, чем прочности: понятие крепости применено как к устойчивости обнажений пород, так и в отношении сопротивления пород при бурении, взрывном разрушении и т.п.

В связи с этим для определения коэффициента крепости используют, например, способ толчения для определения крепости углей, сверления в массиве по методике А.М. Янчура и А.П. Кульбачного и др [33].

Таблица 1.

Классификация горных пород по М.М. Протодьяконову

Категория	Степень крепости	Породы	Коэффициент крепости
I	В высшей степени крепкие породы	Наиболее крепкие, плотные и вязкие кварциты и базальты. Исключительные по крепости другие породы.	20

Категория	Степень крепости	Породы	Коэффициент крепости
II	Очень крепкие породы	Очень крепкие гранитовые породы. Кварцевый порфир, очень крепкий гранит, кремнистый сланец, менее крепкие нежели указанные выше кварциты.	15
III	Крепкие породы	Гранит (плотный) и гранитовые породы. Очень крепкие песчаники и известняки. Кварцевые рудные жилы. Крепкий конгломерат. Очень крепкие железные руды.	10
IIIa	То же	Известняки (крепкие). Некрепкий гранит. Крепкие песчаники. Крепкий мрамор, доломит. Колчеданы.	8
IV	Довольно крепкие породы	Обыкновенный песчаник. Железные руды.	6
IVa	То же	Песчанистые сланцы. Сланцевые песчаники.	5
V	Средние породы	Крепкий глинистый сланец. Некрепкий песчаник и известняк, мягкий конгломерат.	4
Va	То же	Разнообразные сланцы (некрепкие). Плотный мергель.	3
VI	Довольно мягкие породы	Мягкий сланец, очень мягкий известняк, мел, каменная соль, гипс. Мерзлый грунт, антрацит. Обыкновенный мергель. Разрушенный песчаник, сцементированная галька и хрящ, каменистый грунт.	2
VIa	То же	Щебенистый грунт. Разрушенный сланец, слежавшаяся галька и щебень, крепкий каменный уголь, отвердевшая глина.	1,5
VII	Мягкие породы	Глина (плотная). Мягкий каменный уголь, крепкий нанос – глинистый грунт.	1,0
VIIa	То же	Легкая песчанистая глина, гравий.	0,8
VIII	Землистые породы	Растительная земля. Торф. Легкий суглинок, сырой песок.	0,6
IX	Сыпучие породы	Песок, осыпи, мелкий гравий, насыпанная земля, добытый уголь.	0,5
X	Плывучие породы	Плывуны, болотистый грунт, разжиженный лёсс и другие разжиженные грунты.	0,3

1.4. Упругость, хрупкость и пластичность горных пород

Способность горных пород сопротивляться внешним механическим воздействиям устанавливается на специальных установках. В процессе испытаний по определенным методикам определяются де-

формационные, прочностные и реологические показатели. В зависимости от скорости нагружения породные образцы деформируются по-разному, в связи с чем достаточно условно говорят об их упругих, хрупких или пластических качествах.

Способность горных пород полностью восстанавливать первоначальную форму после снятия нагрузки называется **упругостью**. График деформирования таких пород изображен на рис. 1.10.

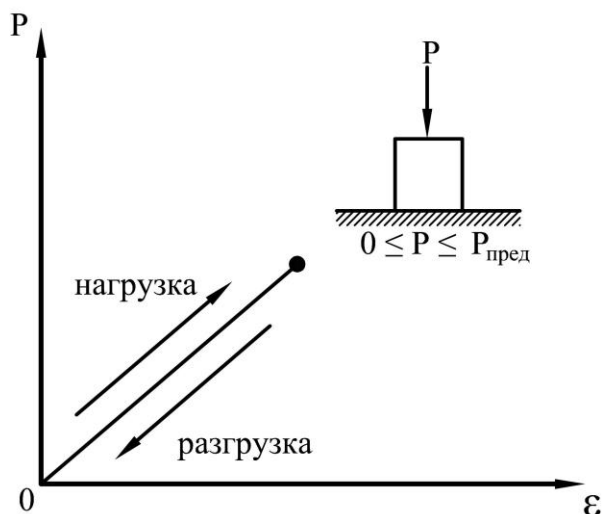


Рис. 1.10. График упругого деформирования горных пород

Чем быстрее прикладывается нагрузка к образцу, чем выше ее интенсивность, тем с большей отчетливостью проявляются упругие свойства горных пород.

Упругие деформации возникают при нагрузке и исчезают при разгрузке со скоростью звука для данной среды (горной породы). Однако во многих случаях имеет место замедленное исчезновение некоторой части упругих деформаций.

Это явление называют **упругим последствием** (рис. 1.11).

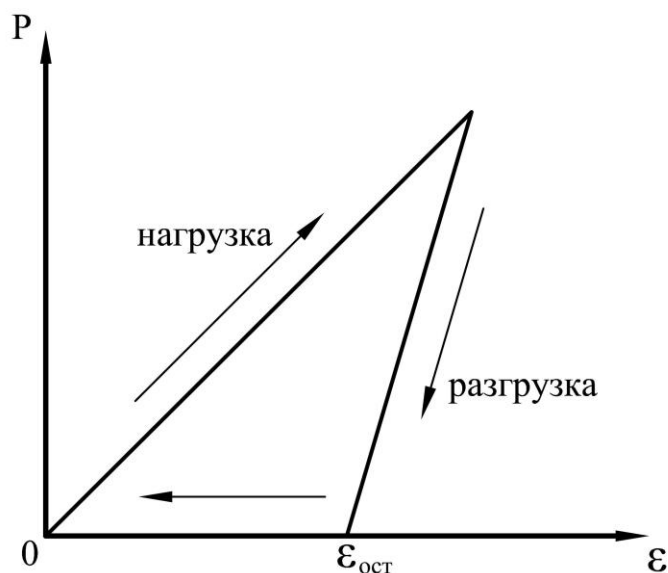


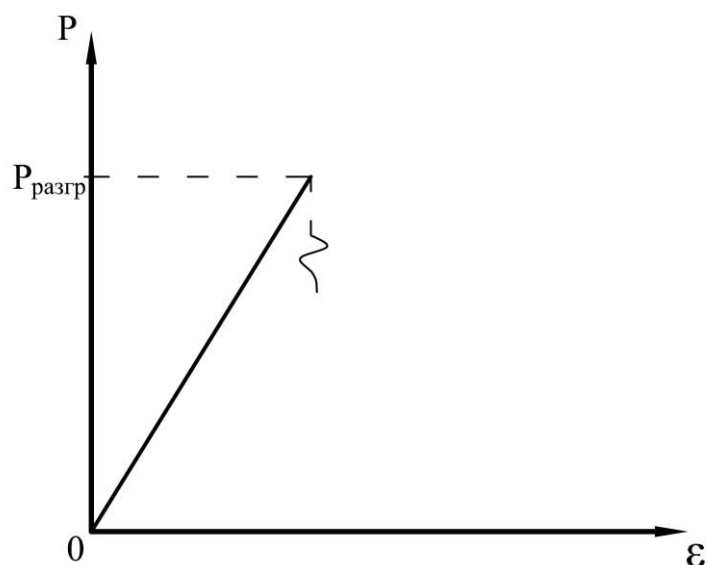
Рис. 1.11. График упругого последействия модели:
 а) Гука; б) Ньютона; в) Сен-Венана

После снятия нагрузки мгновенно исчезает только часть упругих деформаций, а для исчезновения же оставшейся части $\varepsilon_{ост}$ требуется некоторое время, измеряемое часами, а иногда и сутками.

Одним из проявлений упругости горных пород является хрупкость. **Хрупкостью** называют способность твердых горных пород разрушаться без заметных деформаций (рис. 1.12,а).

Хрупкости обычно противопоставляют понятие **пластичности**, под которой понимают способность горных пород приобретать необратимые (остаточные) деформации после снятия нагрузки (рис. 1.12,б).

а)



б)

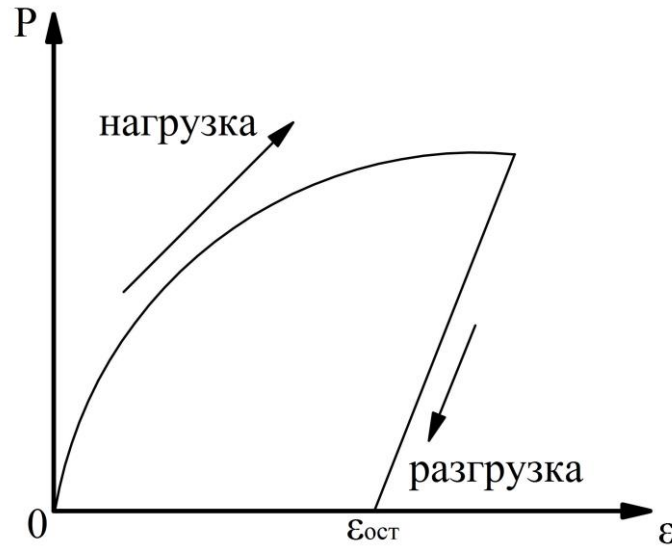


Рис. 1.12. Хрупкость (а) и пластичность (б) горных пород

Следует отметить, что деление горных пород на упругие и пластичные весьма условно: в зависимости от уровня и скорости нагружения одни и те же породные образцы проявляют как упругие, так и пластические свойства.

В этом смысле упругость, пластичность и хрупкость правильнее определять не как свойства, а как состояние горных пород.

Для количественной оценки хрупкости (пластичности) горных пород общепринятых критериев не существует, хотя предложений в этой области достаточно много. Одним из наиболее простых, но достаточно объективных, является предложение оценивать степень хрупкости различных материалов, в том числе и горных пород, посредством отношения величины предела прочности на одноосное растяжение R_p к величине предела прочности на одноосное сжатие R_c

$$\Psi = \frac{R_p}{R_c}. \quad (1.6)$$

Коэффициент хрупкости Ψ изменяется от 0 до 1. При $\Psi = 0$ имеет место идеальная хрупкость, при $\Psi = 1$ - идеальная пластичность. Реальные же горные породы, как и иные твердые тела, занимают некоторое промежуточное положение. Например, для влажных глин $\Psi = 0,9$, для аргиллитов $\Psi = 0,33$, для крепких песчаников $\Psi = 0,1$. Подавляющее большинство твердых пород имеют коэффициент хрупкости, равный, примерно, 0,1 (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Значения коэффициента хрупкости для некоторых видов горных пород (по И.В.Баклашову) [3]

Порода	Ψ
Глины влажные	0,9
Аргиллиты средней плотности	0,33
Антрациты	0,06
Песчаники	0,03
Уголь каменный	0,02

1.5. Деформационные и прочностные характеристики горных пород

1.5.1. Деформационные характеристики горных пород

Способность горных пород упруго деформироваться характеризуется такими показателями, как модуль упругости – E (модуль Юнга), коэффициент Пуассона – μ и модуль сдвига – G .

Модуль упругости представляет собой отношение величины нормального напряжения σ к величине соответствующей продольной относительной деформации ε (прямая 1 рис. 1.13):

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (1.7)$$

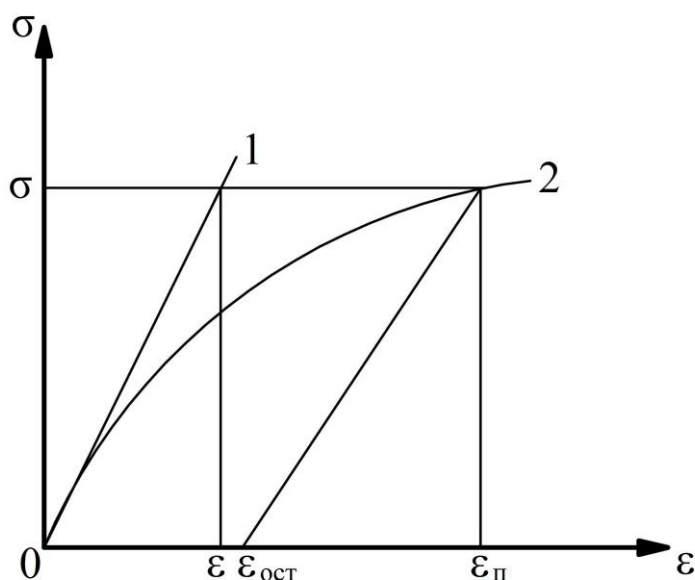


Рис. 1.13. Определение модуля упругости (1) и модуля деформации (2)

Коэффициент Пуассона – это отношение относительной поперечной ε' к относительной продольной деформации ε :

$$\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}. \quad (1.8)$$

Модуль сдвига зависит от двух предыдущих характеристик и определяется по следующей формуле:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (1.9)$$

Величина μ изменяется для различных материалов в пределах от 0 до 0,5 (0 – абсолютно жесткое тело; 0,5 – жидкость).

Эти упругие константы определяются в процессе лабораторных испытаний горных пород. Нагружение образца производят по циклической схеме «нагрузка-разгрузка». При этом от цикла к циклу уменьшается доля пластических деформаций и модуль упругости, определенный для последнего цикла нагружения, лучше отражает упругие свойства горной породы. Величина его будет несколько больше, чем для модуля, рассчитанного по первому циклу.

В связи с тем, что реальная зависимость между напряжениями и деформациями для горных пород является криволинейной и пластические деформации появляются зачастую сразу же после нагружения, возникла необходимость введения понятия **модуля деформации** E_0 , равного отношению величины нормального напряжения к полной относительной продольной деформации, включая остаточную (см. кривая 2 рис. 1.13)

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_{\Pi}}. \quad (1.10)$$

По величине модуль упругости для одного и того же породного образца несколько больше модуля деформации ($E > E_0$).

Динамический модуль упругости E_{∂} определяется путем измерения скорости продольных ультразвуковых волн, которая связана с ним следующей функциональной зависимостью:

$$V_p = \sqrt{\frac{E_{\partial}}{\gamma_0} g \frac{(1 - \mu)}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}}, \quad (1.11)$$

где γ_0 - плотность, g – ускорение силы тяжести.

Динамический модуль упругости всегда больше по величине, чем модуль упругости ($E_{\partial} > E$).

Определяются модуль Юнга и коэффициент Пуассона на породных образцах с использованием прессов и, как правило, индикаторов часового типа с ценой деления 0,01-0,002 мм или электриче-

ских тензометров. Испытуемые образцы обычно имеют цилиндрическую форму с отношением высоты к диаметру, близким к двум.

Модуль Юнга может быть определен также при изгибе породного образца в форме балочки, имеющей прямоугольную или круглую форму поперечного сечения (рис. 1.14).

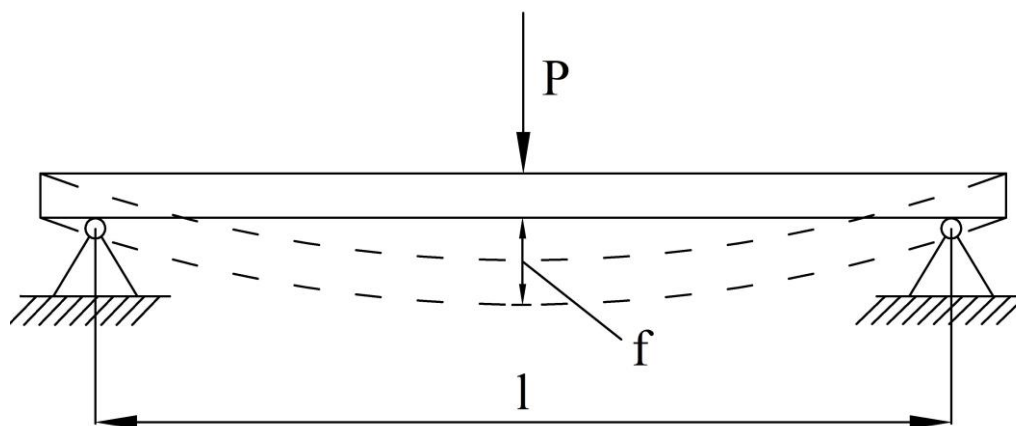


Рис. 1.14. Схема к определению модуля Юнга на балочке

Балочка изготавливается с соотношением длины к высоте (диаметру), равным 7-10. Она укладывается на две опоры, нагрузка P прикладывается посередине пролета. Величина прогиба f измеряется индикатором часового типа. Модуль Юнга определяют по формуле:

$$E = \frac{Pl^3}{48If}, \text{ МПа,} \quad (1.12)$$

где I – момент инерции поперечного сечения образца.

По этой схеме может быть определен и коэффициент Пуассона. Для этого используются проволочные тензорезисторы обычно с базой 20 мм и сопротивлением ≈ 200 Ом. Два взаимноперпендикулярно расположенных тензорезистора приклеивают на отполированную поверхность балочки каким-либо клеем (например, циокрин ЭО-1) и включают в схему моста с компенсационным сопротивлением.

При сжатии (растяжении) меняется сопротивление тензорезисторов, что приводит к разбалансировке моста. Изменение сопротивления пропорционально деформации. Для перехода от показателей гальванометра к величине деформаций тензорезисторы предварительно тарируют на каком-либо тарировочном устрой-

стве, например, на тарировочной стальной балочке равного сопротивления [34].

Поскольку наклеивается розетка из двух датчиков, расположенных взаимноперпендикулярно, то это дает возможность получить все начальные данные для определения коэффициента Пуассона. Следует отметить, что наклейка тензорезисторов в изложенном выше методе требует определенных навыков и занимает довольно много времени. При этом проверить качество наклейки не представляется возможным, что является существенным недостатком этого метода.

Чтобы упростить процесс измерения деформационных характеристик с помощью тензорезисторов, во ВНИМИ (Санкт-Петербург) был разработан прижимной тензометр ДМ12 [35], в котором наклейка тензодатчиков на образец заменена их прижимом на боковой поверхности образца цилиндрической формы (рис. 1.15).

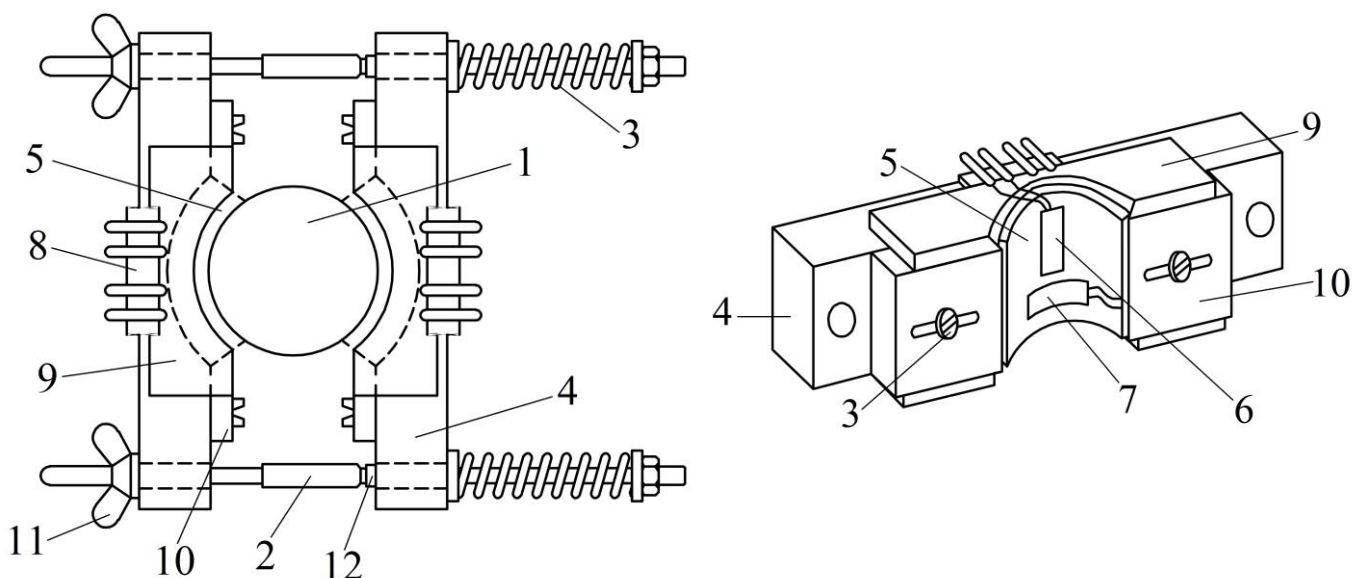


Рис.1.15. Прижимной тензометр ДМ12: 1 – цилиндрический образец горной породы; 2 – болт; 3 – пружина; 4 – опорные плиты; 5 – мягкая вакуумная резина; 6 – продольный тензодатчик; 7 – поперечный тензодатчик; 8 – контактная колодка; 9, 10 – ограничивающие планки; 11 – гайки; 12 – контрольные риски

Опытный завод ВНИМИ выпускал прижимные тензометры пяти типоразмеров для номинального диаметра образцов от 20 до 90 мм. Конструкция прибора позволяет проводить на одном типоразмере испытания образцов пород, различающихся диаметром на 50%. Резуль-

таты испытаний прижимных тензометров показали их надежность и точность при определении деформационных характеристик.

1.5.2. Прочностные характеристики горных пород

К прочностным характеристикам горных пород относятся: предел прочности на одноосное сжатие – R_c , предел прочности на одноосное растяжение – R_p , предел прочности на сдвиг – R_t , сцепление C и угол внутреннего трения – ρ .

Предел прочности на одноосное сжатие. Среди прочностных характеристик предел прочности на одноосное сжатие занимает особое положение. Это основная константа различных твердых материалов, в том числе и горных пород. Практически все геомеханические исследования начинаются с определения предела прочности на одноосное сжатие образцов горных пород.

В настоящее время имеется большое количество методов испытаний пород на одноосное сжатие, предложены различные способы определения этого показателя, разработаны многочисленные методические и нормативные указания. Основным устройством с помощью которого определяют эту характеристику, как правило, является гидравлический пресс (рис. 1.16).



Рис. 1.16. Гидравлический пресс

При проведении испытаний на одноосное сжатие предполагается, что в идеальном с точки зрения геометрии и структуры образце под

действием внешней нагрузки, приложенной строго перпендикулярно к его верхнему и нижнему основаниям, возникает однородное поле напряжений и деформаций. Когда компоненты этого поля достигнут определенной величины, произойдет разрушение образца и предел прочности на одноосное сжатие определится как отношение разрушающего усилия P к площади поперечного сечения образца F ,

т.е.

$$R_c = \frac{P}{F}, \text{ МПа.} \quad (1.13)$$

Однако, имеется ряд причин, внешних и внутренних, которые способствуют тому, что поле напряжений и деформаций в образце получается неоднородным. К внешним причинам следует отнести размеры самого образца, в частности, отношение его высоты h к поперечному размеру d ; форму образца, которая может быть цилиндрической, кубической, призматической, в виде дисков, полуправильной и неправильной.

Торцевые условия при этом тоже различны: жесткая заделка, сухое трение, смазка, различного рода прокладки (парафин, свинец, пластмассы, песок и т.д.).

Существуют специально проведенные исследования [3], показывающие, что для одной и той же литологической разности различные условия на торцах могут привести к изменению предела прочности на одноосное сжатие более чем в 5 раз.

Внутренние причины, приводящие к нарушению однородности поля напряжений и деформаций, кроются в естественной структурной неоднородности горных пород (скрытая трещиноватость, включения разных размеров и разной крепости, поры и т.п.)

Ясно, что получить идеальное однородное поле напряжений и деформаций в образце невозможно. Речь может идти лишь о состоянии, близком к однородному. Разработка методов испытаний, обеспечивающих достоверное и стабильное значение требуемой характеристики, велась и ведется в трех направлениях:

- совершенствование схем нагружения;
- обоснование соотношения геометрических размеров образцов (h/d);
- совершенствование торцевых условий.

Главное назначение схемы нагружения состоит в обеспечении равномерного распределения внешней нагрузки по сечению образца от начала испытаний и до момента разрушения. Основные схемы

нагрузки, применяемые при испытаниях горных пород, показаны на рис. 1.17.

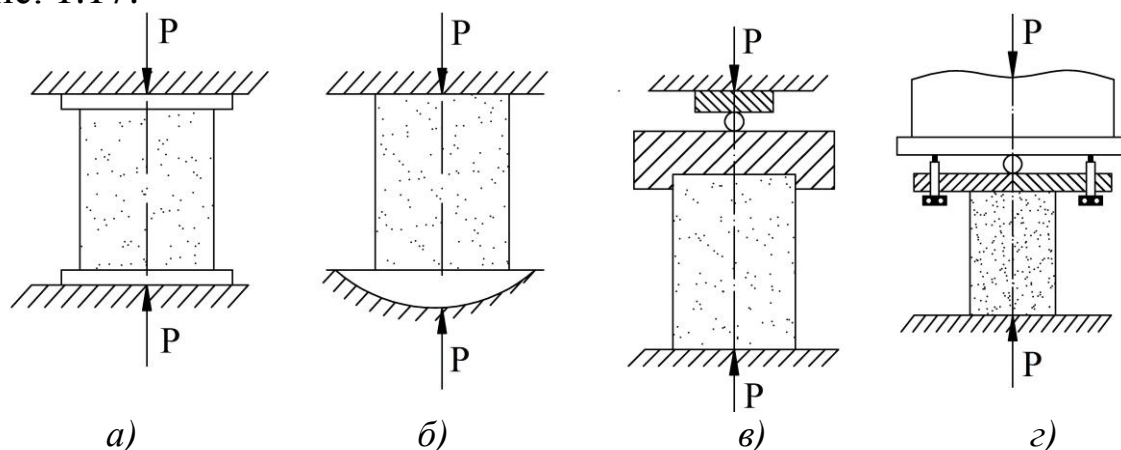


Рис. 1.17. Основные схемы осевого нагружения породных образцов

По первой схеме (рис.1.17,а) торцы образцов в процессе нагружения остаются параллельными. Условия нагружения и деформирования при этом близки к натурным условиям деформирования и разрушения горных пород, например, в целиках. Результаты такого рода испытаний наиболее представительны.

Существенным недостатком этой схемы является большая трудоемкость работ, связанных с изготовлением образцов со строго параллельными торцами. А даже незначительное отклонение от параллельности приводит к концентрации напряжений на одном из торцов и неравномерному протеканию процесса разрушения.

При испытаниях пород, способных до момента разрушения накапливать значительные пластические деформации, требования к параллельности торцов могут быть снижены. В этом случае свойства пород приводят к выравниванию внутренних напряжений. Применительно же к испытаниям крепких пород первая схема дает, как правило, искаженные результаты. Применение этой схемы оправдано лишь при высокоточных или специальных видах испытаний.

Вторая схема (рис.1.17,б) довольно широко используется при испытаниях различных материалов, в том числе и горных пород. Следует отметить, что сферическими шарнирами большого (по сравнению с образцом) диаметра снабжены почти все отечественные и зарубежные прессы. Шарнир располагается на нижней или верхней плите прессы. Главное назначение шарнира - обеспечить плотное прилегание плит прессы к непараллельным торцам образца.

Основным недостатком этой схемы является некоторый эксцентриситет приложения нагрузки. Как показали специальные исследования, выполненные в ИГД им. А.А. Скочинского [36], даже при тщательной шлифовке торцов и допуске непараллельности не более 0,05 мм результаты испытаний по этой схеме являются заниженными на 18-34%, а коэффициент вариации - завышенным в 2-6 раз по сравнению с более точными методами. Чем прочнее порода, тем большими сказываются погрешности результатов испытаний.

При третьей схеме нагружения (рис. 1.17,в) эксцентриситет уменьшается до ничтожно малой величины независимо от степени непараллельности торцов. Однако наличие легко подвижного шарнира снижает продольную устойчивость высоких образцов, что искажает получаемые результаты. В целом же эта схема нагружения, позволяющая значительно снизить требования к обработке образцов, обеспечивает достаточно представительные результаты.

Ю.М. Карташевым [35] было предложено устройство нагружения, объединяющее достоинства первой и третьей основных схем (рис. 1.17,г).

Опорные плиты кроме сферического шарнира снабжены тремя упорными винтами. После того как приложено 5-15% разрушающей нагрузки, винты поднимаются и выводят шарнир из работы. В дальнейшем происходит плоскопараллельное движение плит пресса. Результаты испытаний показали высокую надежность этого способа, особенно при испытаниях резко неоднородных, сильно деформирующихся пород.

Вторым важным фактором, влияющим на прочность образца, являются его размеры, как абсолютные, так и относительные, характеризующиеся величиной отношения высоты образца h к его поперечному размеру d .

Влияние относительных размеров h/d однозначно: с увеличением этого соотношения прочность пород уменьшается. Впрочем, как показали исследования, выполненные во ВНИМИ, с увеличением h/d изменяются и деформационные характеристики: увеличивается модуль упругости, уменьшается коэффициент Пуассона. Эти изменения практически прекращаются, как только h/d становится больше 2 [35]. При этом отношении стабилизируются также деформации ползучести, снижается разброс получаемых значений прочностных характеристик.

В ряде стран (например, в США) уже применяются стандартные методы испытаний, в которых отношение $h/d = 2,0-2,5$ рекомендуется как оптимальное.

Применение смазок или прокладок между торцами образца и давящими плитами прессы - один из самых старых способов обеспечения однородного напряженного состояния в образце. К такому выводу Фёппль [37] пришел еще в 1900 г. Он же установил, что прочность материалов при испытаниях их со смазкой всегда ниже, чем при испытаниях того же материала без смазки.

В качестве смазки многие исследователи применяли машинное масло, свинец, пластмассы, кальку, картон, графит, медь и т.п.

Испытания со смазкой еще далеко не гарантируют получение однородного поля напряжений в образце. Может получиться так, что у торцов возникнут дополнительные растягивающие усилия и результаты испытаний будут искажены. Однако использованием смазки (прокладок), как следует из ряда специальных работ [35], все-таки можно добиться однородного поля напряжений в образце. Для этого применительно к конкретной породе необходимо выбрать свою смазку или прокладку и провести специальные исследования для проверки однородности поля напряжений внутри образца.

Предел прочности на одноосное растяжение. Вокруг горных выработок чаще всего возникают сжимающие напряжения, но вместе с тем нередко именно растягивающие напряжения являются причиной разрушения элементов крепи, контура выработок, элементов системы разработки, например, кровли камер, лавы. Низкая сопротивляемость горных пород растягивающим напряжениям, техническая сложность определения предела прочности на одноосное растяжение явились причиной слабой экспериментальной изученности этого показателя.

Для определения прочности пород на одноосное растяжение используют прямые и косвенные методы.

Главная трудность при проведении прямых испытаний на разрыв удлиненных образцов состоит в закреплении концов в захватах разрывной машины. На рис. 1.18 приведены простые схемы прямого растяжения образцов в форме гантелей (а), либо цилиндрической формы (б).

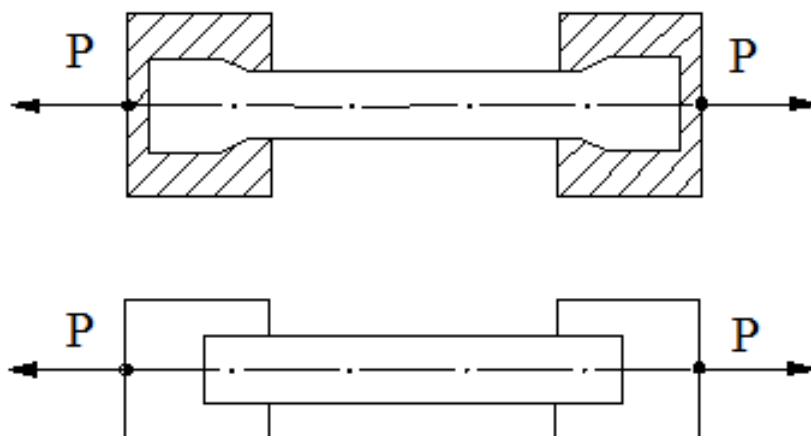


Рис. 1.18. Испытание образцов горных пород на одноосное растяжение

Концы цилиндрических образцов вставляются в специальные захваты, между поверхностью образца и захвата заливается эпоксидный клей, либо сплав Вуда. В первом случае нагрузка передается через тросики, что обеспечивает ее центрирование, во втором усилии создается давлением жидкости (масла) под заплечики захватов.

Длина образца должна быть не менее 2,5-3 диаметров. Это требование далеко не всегда выполнимо из-за ограниченных размеров проб и их трещиноватости. Кроме того, породные образцы в форме гантелей сложно изготовить.

Метод прямых испытаний очень трудоемок и используется преимущественно как эталонный при методических исследованиях.

Наряду с прямыми методами испытаний горных пород на сжатие и растяжение цилиндрических или призматических образцов, широкое применение нашли и косвенные, как более простые и доступные, хотя и не обеспечивающие достаточную точность. Доступность косвенных методов обеспечивается за счет некоторого разумного снижения их представительности или надежности.

По характеру воздействия на образец внешних сил косвенные методы можно разделить на четыре группы:

- 1) метод раскалывания сжимающими нагрузками;
- 2) метод разрыва изнутри;
- 3) метод изгиба;
- 4) метод продавливания образцов в форме породных дисков.

Практически особенно полезными и получившими широкое распространение являются методы испытаний, относящиеся к первой группе. Они имеют несколько модификаций, среди которых

наибольшее распространение получил так называемый «бразильский» метод. Этот метод применительно к испытаниям бетонных образцов детально описан бразильскими исследователями Карнейро и Барцеллосом (1947г.), хотя аналогичная методика использовалась в 1933-1935 гг. в СССР М.И. Койфманом.

Метод основан на известном решении упругой задачи Герца, из которой следует, что в плоскости действия внешних линейно распределенных сил возникают растягивающие напряжения, перпендикулярные к этой плоскости и равномерно распределенные по диаметру образца (рис. 1.19). Численное значение их равно

$$R_p = \frac{2P}{\pi dl}, \text{ МПа} \quad (1.14)$$

где P - внешняя нагрузка, кг; d и l - соответственно, диаметр и длина образца.

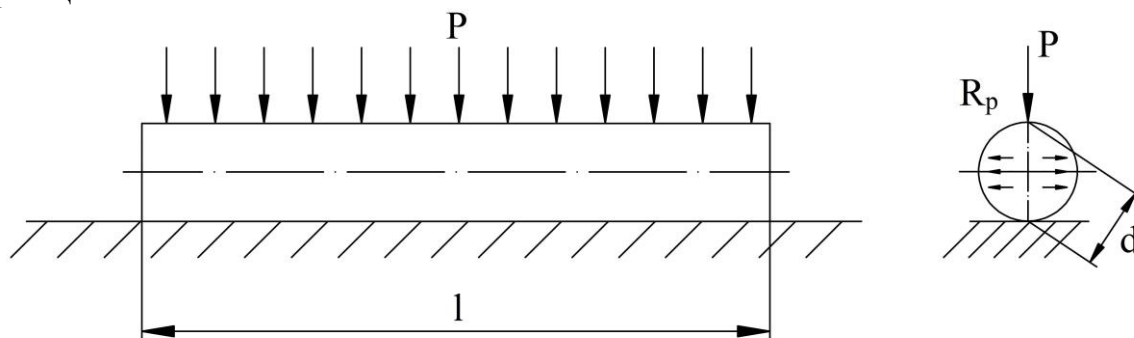


Рис. 1.19. «Бразильский» метод испытания образцов на разрыв

Лежащее в основе метода теоретическое решение справедливо только для идеально упругих материалов при строго линейном распределении нагрузок по образующим образца. Горные же породы, особенно слабые, существенно отличаются от идеальной упругой среды, нагрузка P прикладывается не к образующей, а к некоторой площадке. Поэтому реальный процесс разрушения породных образцов отличается от разрушения теоретической модели.

На сопротивляемость пород растяжению значительно сильнее, чем на сопротивляемость пород сжатию, влияют геометрические размеры образцов. Поэтому для получения сопоставимых результатов применительно к различным породам крайне важно придерживаться требований стандартов к размерам образцов.

Предел прочности на сдвиг. В работе [38] было показано, что основные прочностные характеристики - предел прочности на одно-

осное сжатие, растяжение и сдвиг – связаны между собой следующей зависимостью:

$$R_{\tau} = 0,5\sqrt{R_c R_p}. \quad (1.15)$$

Величина R_{τ} достаточно объективно и просто определяется из испытаний на продавливание породных дисков, которые несложно получить, распиливая керны. Из тех же кернов изготавливаются и породные образцы для испытаний на одноосное сжатие. Испытания проводят на обычном прессе в специальном приспособлении по схеме, показанной на рис. 1.20.

Величина R_{τ} определяется по формуле

$$R_{\tau} = \frac{P}{\pi dh}, \text{ МПа}, \quad (1.16)$$

где h - толщина образца, d – диаметр пуансона.

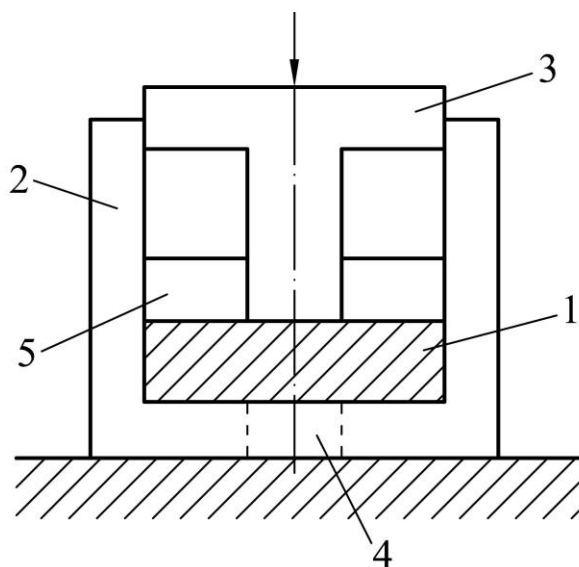


Рис. 1.20. Схема испытаний породных дисков на срез: 1–породный образец; 2-матрица; 3–пуансон; 4-отверстие, 5 – фиксирующий диск

После определения величины R_c и R_{τ} , несложно определить и величину предела прочности на одноосное растяжение

$$R_p = \frac{4R_{\tau}^2}{R_c}, \text{ МПа}. \quad (1.17)$$

Другим способом испытания горных пород на сдвиг является метод косо́го среза и испытание на двухплоскостной срез со сжатием или без него.

При сдвиге со сжатием, как при косом срезе, так и при двухплоскостном, представляется возможным определить два параметра сопротивления пород сдвигу – сцепление C и угол внутреннего трения ρ . Для испытаний изготавливают образцы правильной геометрической формы в виде кубов или прямоугольных призм.

При косом срезе образец помещают в специальные стальные матрицы. Процесс сдвига начнется тогда, когда будет соблюдено условие

$$\tau > C + f\sigma_n,$$

где τ - касательная составляющая напряжения; f - коэффициент внутреннего трения ($f = \operatorname{tg}\rho$); σ_n - нормальная составляющая напряжения.

Произведя сдвиг при двух различных углах α_1 и α_2 , получим:

$$f = \frac{\sigma_1 \sin \alpha_1 - \sigma_2 \sin \alpha_2}{\sigma_1 \cos \alpha_1 - \sigma_2 \cos \alpha_2}; \quad (1.18)$$

$$C = \sigma_1 \sin \alpha_1 - \sigma_1 \cos \alpha_1, \quad (1.19)$$

где σ_1 и σ_2 - напряжения на площадках среза при первом и втором испытаниях (рис. 1.21).

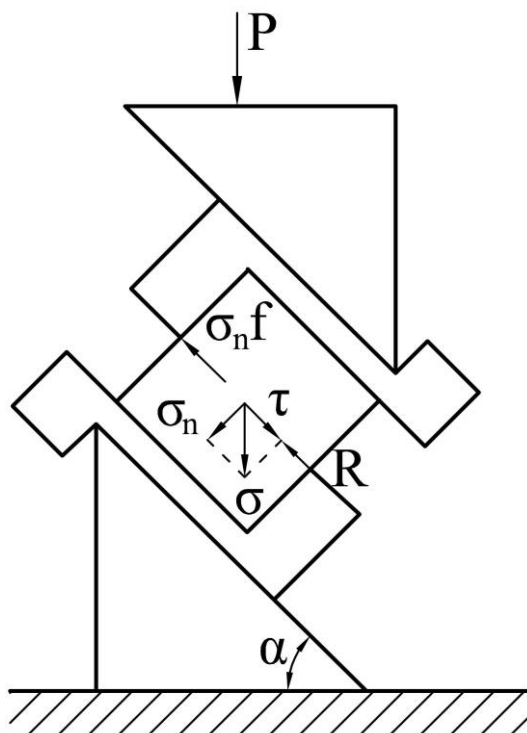


Рис. 1.21. Схема испытания горных пород на срез методом косого среза

При испытаниях горных пород по изложенной схеме к образцам предъявляют очень высокие требования: размеры их должны строго соответствовать размерам матриц, углы между гранями должны быть

прямыми. Небольшие отклонения в линейных размерах по высоте и величине угла между гранями приводят к искажениям, что обуславливает довольно значительный разброс результатов испытаний при косом срезе.

Двухплоскостной срез образцов пород производят по схеме, показанной на рис. 1.22.

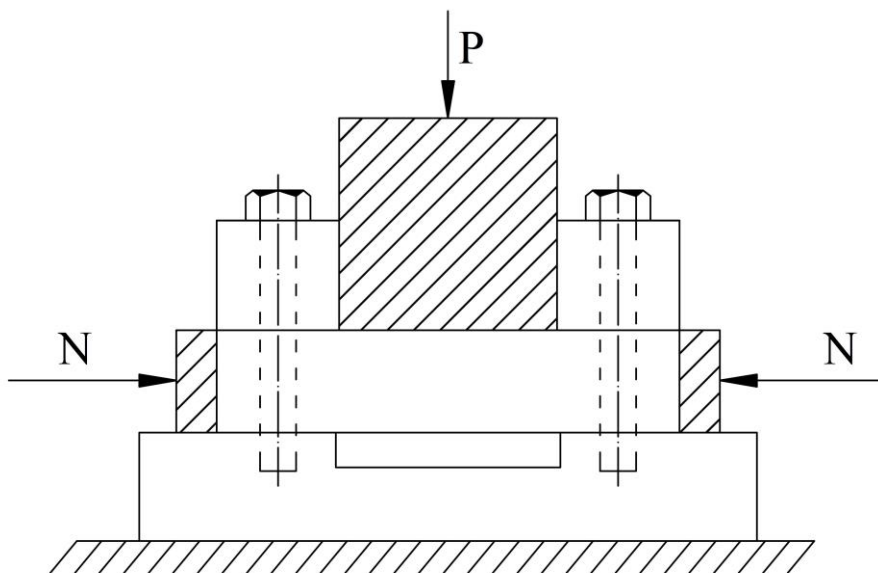


Рис. 1.22. Схема испытания породных балочек прямоугольного сечения на двухплоскостной срез

Образцы в виде прямоугольных балочек устанавливают в матрицы и с помощью пуансонов срезают прессом.

При отсутствии усилий в горизонтальном направлении коэффициент сцепления определяется из условия:

$$C = \frac{P}{2F}, \quad (1.20)$$

где F - площадь поперечного сечения балочки.

Для получения величины коэффициента внутреннего трения необходимо перед срезом к образцу приложить в горизонтальном направлении некоторую силу N , тогда коэффициент f будет равен

$$f = \frac{P - 2CF}{2N}, \quad (1.21)$$

где P - усилие разрушения.

Следует отметить, что такие прочностные характеристики горных пород, как сцепление – C и угол внутреннего трения – ρ были привнесены в механику горных пород из механики грунтов, как более старой науки, объектом исследований которой являются, в основном, рых-

лые грунты и песчаные основания. В этой связи еще Ю.М. Либерман [9] указывал на необходимость осторожного обращения с этими характеристиками при решении задач механики горных пород, поскольку они очень нестабильны и, строго говоря, зависят от уровня напряжений, действующих в массиве.

И в завершение несколько слов о связи пределов прочности на одноосное растяжение и сжатие. Согласно решению известной задачи А. Гриффитса о зарождении хрупкой трещины в сплошном твердом теле, отношение $\frac{R_c}{R_p} = 8$.

Многочисленные эксперименты показали, что для большинства твердых горных пород это соотношение близко к 10, что достаточно хорошо согласуется с теоретическим результатом.

1.6. Деформирование и разрушение горных пород за пределом прочности

В процессе нагружения породный образец проходит ряд последовательных напряженно-деформированных состояний от нулевого до предельного. В самом простом случае при одноосном сжатии (растяжении) одному компоненту напряжения соответствует один компонент относительных продольных деформаций: $\sigma=f(\varepsilon)$. Достичь предельного состояния $(\sigma, \varepsilon_{np})$ можно двумя путями: в режиме заданных нагрузок (РЗН) и в режиме заданных деформаций (РЗД). В первом случае на пульте пресса задают последовательно с определенным интервалом ΔP , нагрузки и фиксируют в автоматическом режиме соответствующие приращения деформаций $\Delta \varepsilon$. При достижении предельных нагрузок P_{np} начинают разрушаться первые структурные связи и потенциальная энергия, накопленная в испытательной машине, вызывает лавинообразное разрушение оставшихся связей, что приводит к разрушению образца.

Иная картина разрушения наблюдается при испытаниях образцов в режиме заданных деформаций. В этом случае испытательная машина должна быть сконструирована таким образом, чтобы имелась возможность задавать строго фиксируемую деформацию с шагом $\Delta \varepsilon$ и измерять соответствующие ей изменения нагрузки ΔP . Характерный график деформирования образца горной породы ОАВ приведен на рис. 1.23.

При деформировании после достижения предела прочности образец снижает свою сопротивляемость: на участке деформирования DE сопротивляемость образца падает от точки A до точки B .

Энергия, необходимая для деформирования образца на этом участке, равна площади $ABED$. В начале рассматриваемого участка (точка A) сопротивляемость образца и усилие пресса были равны между собой. При этом напряженные части пресса оказываются упруго деформированными.

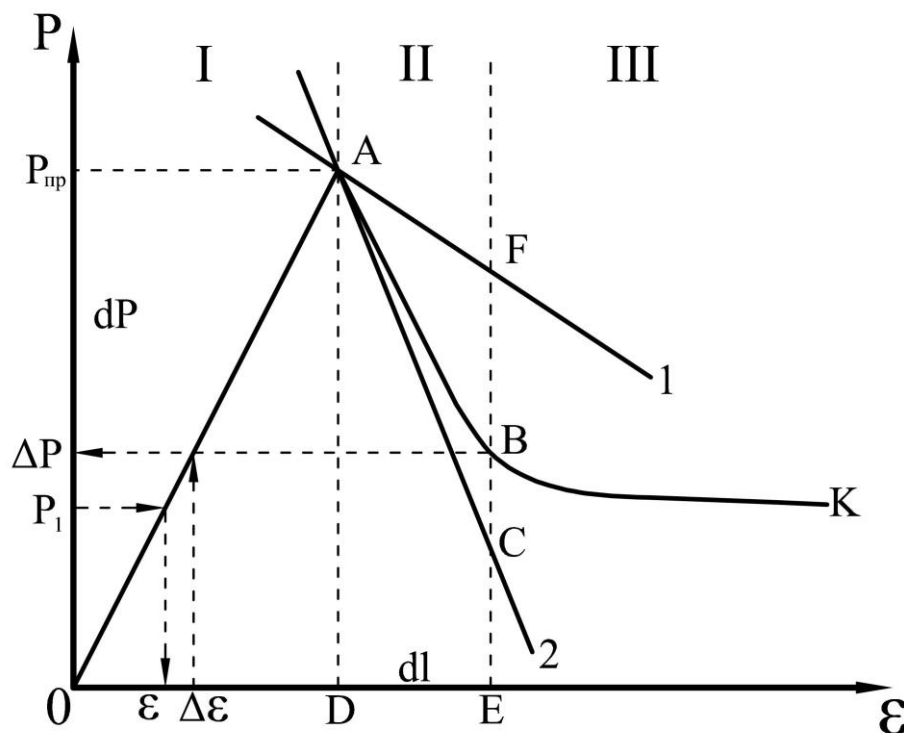


Рис. 1.23. Деформирование горных пород за пределом прочности:
1 – характеристика нежесткого пресса; 2 – характеристика жесткого пресса

Энергия упругой деформации накапливается в колоннах пресса, в изогнутых траверсах, в сжатом масле гидроцилиндров. При уменьшении расстояния между плитами пресса на величину DE создаваемое им усилие уменьшится на величину dP . При этом, если пресс недостаточно жесткий, усилие снизится до точки F и выделившаяся при этом потенциальная энергия, равная площади $AFED$, превысит энергию, необходимую для разрушения образца на участке DE . Избыток энергии, равный площади AFB , пойдет на ускорение нагружающих частей пресса, процесс разрушения становится неуправляемым и будет сопровождаться динамическими явлениями (ударом, разлетом осколков).

Если же пресс имеет жесткую конструкцию и его элементы мало деформируются под нагрузкой, то уменьшение расстояния между плитами вызовет снижение усилия прессы до точки C , лежащей ниже характеристики образца. Выделяющаяся при этом энергия $ACED$ меньше требуемой энергии разрушения образца и поэтому разрушение лишь за счет энергии упругих деформаций прессы невозможно. Для перевода образца из состояния A в состояние B необходима дополнительная энергия, равная площади ABC , подводимая извне, например, путем подкачки масла в гидросистему прессы.

Таким образом, для получения запредельных характеристик породных образцов необходимо, чтобы характеристика прессы была круче запредельной части графика деформирования образца. Крутизна характеристики прессы называется жесткостью и определяется из выражения

$$Q = \frac{dP}{dl}, \quad (1.22)$$

где dP - изменение усилия прессы при изменении расстояния между его нагружающими поверхностями на величину dl при прочих постоянных параметрах.

Практика показывает, что для получения запредельных характеристик достаточно, чтобы жесткость прессы определялась соотношением

$$Q = 4 \cdot 10^4 F, \text{ МПа}, \quad (1.23)$$

где F - площадь поперечного сечения образца, см^2 .

Запредельные характеристики малопрочных пластичных пород (мел, глина, соль и т.п.) могут быть получены и на обычных испытательных прессах невысокой жесткости, например, винтовых с ручным управлением и небольшой скоростью деформирования. Сложным в этом случае является обеспечение постоянной скорости деформирования. В случае отсутствия жестких нагружающих устройств, испытания на запредельное деформирование можно провести на обычном прессе, включив параллельно некоторый достаточно жесткий элемент, например, отрезок двутавра (рис. 1.24) [39].

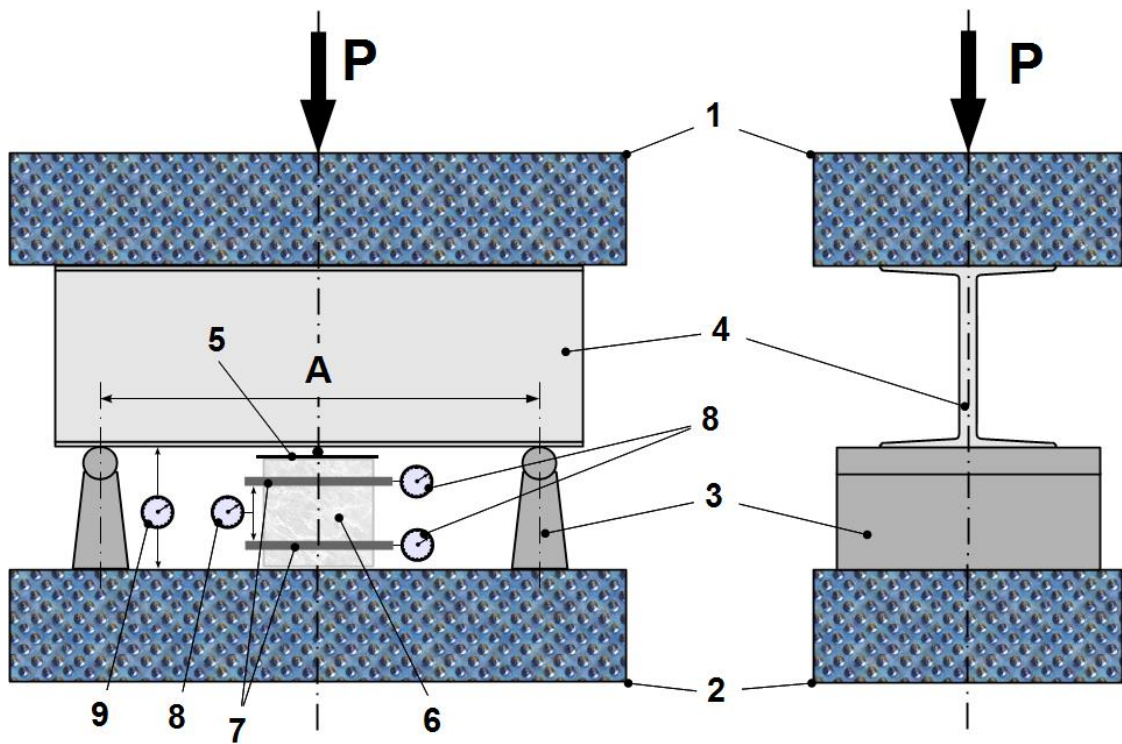


Рис. 1.24. Испытания образца горных пород за пределом прочности с помощью включённого параллельно в работу отрезка двутавра [39].

Характерные графики запредельного деформирования горных пород приведены на рис. 1.25.

Крутизна запредельной части графика деформирования отражает склонность породы к хрупкому разрушению. Аналогично тому, как величина E в упругой части допредельного деформирования называется модулем упругости, предлагается величину $d\sigma/d\varepsilon$ в запредельной части называть **модулем хрупкости**, или **модулем спада M** . В этом случае породы с $M \rightarrow 0$ будут считаться хрупкими, с $M \rightarrow \infty$ - пластичными.

Для испытания горных пород в режиме контролируемого разрушения в условиях объемного сжатия образцы испытывают в особых приборах – стабилометрах, в которых рабочим телом, создающим боковую нагрузку, служит жидкость, например, трансформаторное масло.

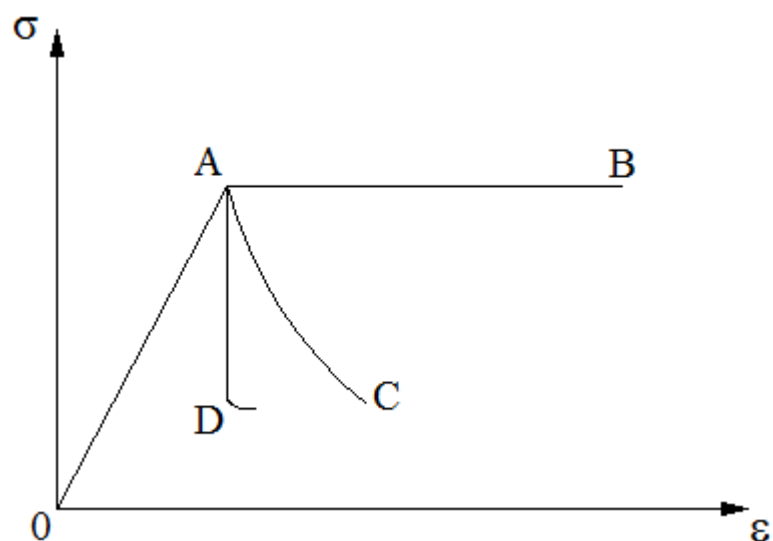


Рис. 1.25. Возможные графики запредельного деформирования

Испытываемые образцы обертывают медной или алюминиевой фольгой во избежание прорыва жидкости в образующиеся трещины. Общий вид графика деформирования мрамора в объемном напряженном состоянии приведен на рис. 1.26.

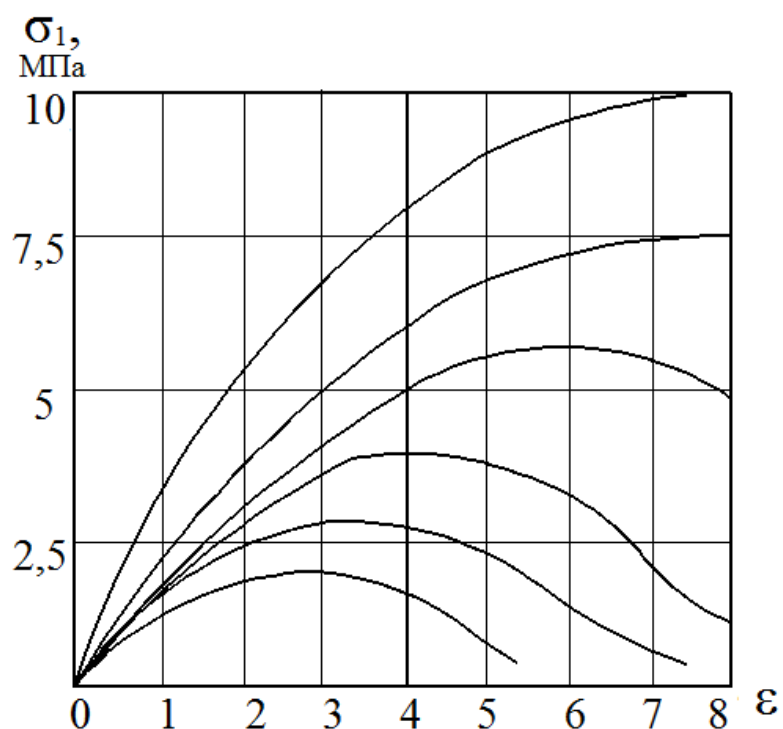


Рис. 1.26. Деформирование мрамора за пределом прочности в условиях объемного нагружения

При жестком нагружении горных пород выделяют следующие этапы деформирования (см. рис. 1.23):

I - этап упругого деформирования: приращения осевых $\Delta\varepsilon_z$ и радиальных $\Delta\varepsilon_r$ относительных деформаций на этом этапе связаны коэффициентом Пуассона μ . Увеличение осевых деформаций вызывает уменьшение объема образца;

II - этап дилатансии: на этом этапе происходит развитие трещин в образце, сопровождающееся его разрыхлением, увеличением объема и сравнительно быстрым увеличением диаметра; прирост осевых и радиальных деформаций связан коэффициентом дилатансии β :

$$\Delta\varepsilon_r = -\beta\Delta\varepsilon_z; \quad (1.24)$$

III - этап эквиволюмиального течения, на этом этапе объем образца остается постоянным, а прирост осевых и радиальных деформаций связан соотношением

$$\Delta\varepsilon_r = -0,5\Delta\varepsilon_z. \quad (1.25)$$

Запредельное деформирование пород - вполне реальный процесс, имеющий место в горных выработках: деформирование породных целиков, приконтурного массива выработок, краевая часть угля в лавах и т.п.

Глубокие исследования деформирования горных пород за пределом прочности были выполнены Н.А. Ставрогиным и А.Г. Протосеиной [40, 41], В.В. Виноградовым [42, 43], Г.Т. Кирничанским [44], Шашенко А.Н. [45].

1.7. Масштабный эффект в горных породах

В результате выполнения большого количества испытаний на одноосное сжатие, было установлено, что прочность геометрически подобных образцов неодинакова. Это явление было названо **масштабным эффектом**, а причины, его вызывающие, **масштабным фактором**.

Интересно, что изменение показателя прочности может колебаться как в сторону его уменьшения, так и в сторону увеличения. Так, например, исследования Е.И. Ильницкой показали, что прочность образцов мрамора при увеличении их диаметра в 5,8 раза (высота при этом составляла $h = 2\sqrt{F}$, где F - площадь образца) снизилась в 1,33 раза (рис. 1.27), а образцов габбро - 1,15 раза [35]. Аналогичные результаты были получены и многими другими исследователями.

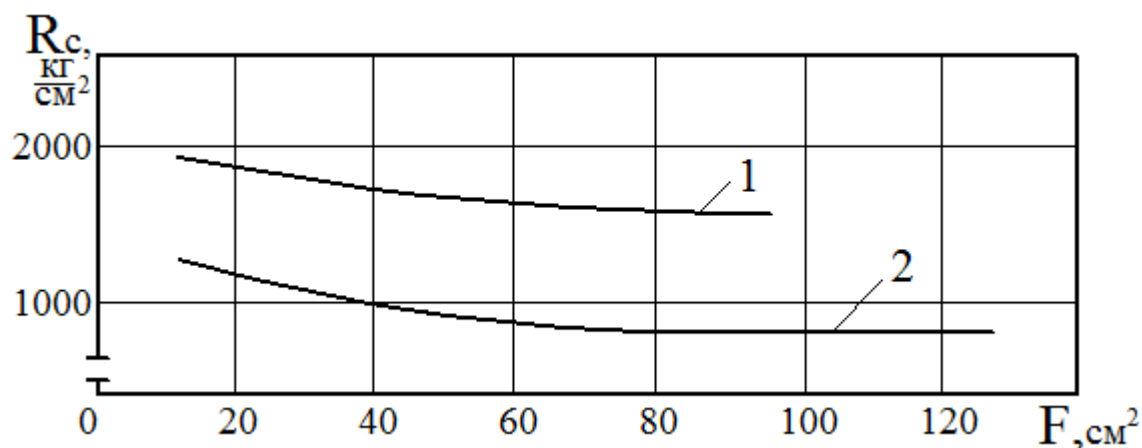


Рис. 1.27. Зависимость прочности образцов от их размеров (по Е.И. Ильницкой) 1 – габбро, 2 – мрамор

Вместе с тем, имеется ряд исследований, выполненных достаточно корректно, которые показывают, что с увеличением размеров образца прочность его растет. Объяснение этому дал М.И.Койфман. По его мнению существует два вида масштабного эффекта: поверхностный и объемный.

Поверхностный масштабный эффект появляется вследствие нарушения поверхностного слоя образца при обработке. Причем, чем меньше образец, тем существеннее сказывается поверхностный эффект.

Сущность объемного масштабного эффекта заключается в том, что для реальных структурно неоднородных тел вероятность появления дефекта (трещина, слабое включение и т.п.) выше у крупных тел. Поэтому с увеличением объема прочность образцов неизбежно должна падать. Объемный масштабный эффект М.И. Койфман назвал **главным**.

Естественно предположить, что прочность на одноосное сжатие породного образца будет всегда выше, чем прочность массива горных пород.

В связи с этим было введено понятие коэффициента структурного ослабления k_c , равного отношению предела прочности на одноосное сжатие породного массива R_m к пределу прочности образца, т.е.

$$k_c = \frac{R_m}{R_c}. \quad (1.26)$$

Установление объективного значения величины k_c представляет собой сложную задачу, решению которой посвящены многочисленные аналитические и экспериментальные работы.

Согласно СНиП II-94-80, величина коэффициента структурного ослабления может быть определена в соответствии с табл. 1.3.

Таблица 1.3

Значения коэффициента структурного ослабления k_c

Среднее расстояние между поверхностями ослабления пород, м	>1,5	1,5-1	1-0,5	0,5-0,1	<0,1
k_c	0,9	0,8	0,6	0,4	0,2

Наиболее представительные аналитические исследования величины k_c были выполнены в работе [38]. Породный массив рассматривается как некоторая статистическая совокупность неоднородных объемов со структурными дефектами (рис.1.29).



Рис. 1.29. Расчетная схема к решению задачи о структурно-механическом ослаблении породного массива

Основной величиной, определяющей степень упорядоченности такой системы, является дисперсия испытанных на одноосное сжатие породных образцов. Однако образцы (микроблоки), пересекаемые трещинами, в обычных испытаниях не участвуют. Если высказать предположение о том, что такие гипотетические образцы имеют нулевую прочность и привести их в исходный статистический ряд, то начальная дисперсия изменится. Это изменение количественно отразит ослабление породного массива за счет естественной неоднородности и трещиноватости. Формула для определения коэффициента структурного ослабления, полученная в предположении, что распределение дефектов – трещин в породном массиве подчиняется нормальному закону Гаусса, имеет вид

$$k_c = 1 - \sqrt{0,5\eta \exp(-0,25\eta)}, \quad (1.27)$$

где η - коэффициент вариации прочности породного массива, определяемый по формуле:

$$\eta = \sqrt{\frac{l_t + l_0}{l_t} (\eta_0^2 + 1)} - 1. \quad (1.28)$$

Здесь l_t - среднее расстояние между трещинами; l_0 - наибольший размер стандартного породного образца; η_0 - коэффициент вариации результатов испытаний породных образцов.

Результаты вычислений по формуле (1.15) удивительно близко совпадают с данными СНиП II-904-80, полученными экспериментальным путем, с той существенной разницей, что аналитические расчеты позволяют для конкретных условий получить единственное значение искомой величины (см. табл. 1.3).

Для расчета прочности на одноосное сжатие по результатам испытаний цилиндрических образцов различной высоты М.Церн предложил вводить в расчетную формулу поправочный коэффициент K , функционально зависящий от соотношения h/d

$$R_c = \frac{4P}{\pi d^2 K}, \text{ МПа.} \quad (1.29)$$

Статистическая обработка результатов многочисленных испытаний горных пород, выполненная во ВНИМИ, позволила рекомендовать для расчетов следующие выражения значения коэффициента K , приведенные в табл. 1.4.

Рекомендуемое соотношение дает погрешность $\pm 13\%$ и не зависит от типа и крепости испытываемых пород.

Значения коэффициента формы

Отношение h/d	0,6	0,7	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
Коэффициент формы, K	1,56	1,47	1,39	1,25	1,16	1,11	1,06	1,03	1,0	0,98

1.8. Реологические свойства горных пород

Механические характеристики горных пород определяют обычно при кратковременном приложении нагрузок. Элементы же систем разработки, горные выработки, крепи воспринимают нагрузки в течение многих лет.

Вопросами поведения материалов, в т.ч. и горных пород, в условиях длительных силовых воздействий занимается **реология - наука о течении твердого тела** [46].

В зависимости от внешних условий, изменение напряженно-деформированного состояния твердого тела во времени может идти двумя путями. Например, нагрузим образец горной породы, имеющий форму цилиндра, некоторой постоянной неразрушающей нагрузкой, создающей практически мгновенно вполне определенную относительную деформацию, величина которой зависит от модуля упругости материала и величины приложенной нагрузки. В последующие моменты времени, несмотря на то, что напряжения не меняются, деформация не будет оставаться постоянной, как это следует из закона Гука. Величина ее будет монотонно возрастать.

Реологическое явление, заключающееся в том, что с течением времени при постоянном напряжении наблюдается рост деформаций, носит название **ползучести**.

В другом случае сдавим образец между двумя плитами пресса таким образом, чтобы в течение всего опыта расстояние между ними было строго фиксированным, т.е. не изменяющимся во времени. Станем измерять давление на плиты пресса со стороны образца и убедимся, что со временем величина его будет падать. Это реологическое явление носит название **релаксации напряжений**.

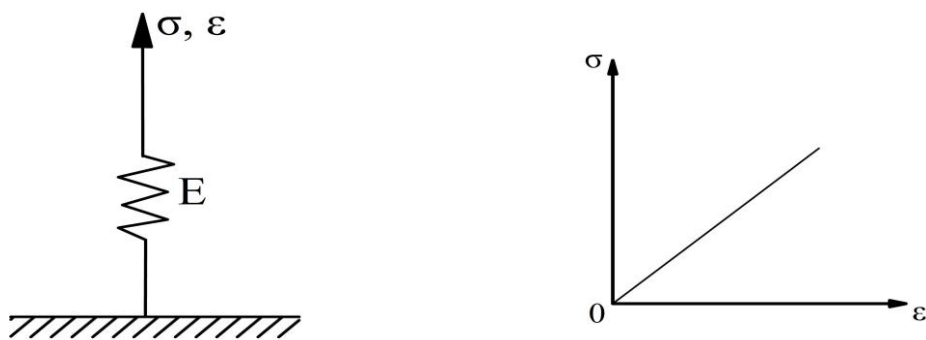
Задачей реологии является описание напряженно-деформированного состояния горных пород и иных материалов с уче-

том их склонности к ползучести и релаксации. Эта задача сводится к составлению так называемых уравнений состояния, т.е. таких уравнений, которые связывают в единые соотношения компоненты напряжений, деформаций и их производных по времени.

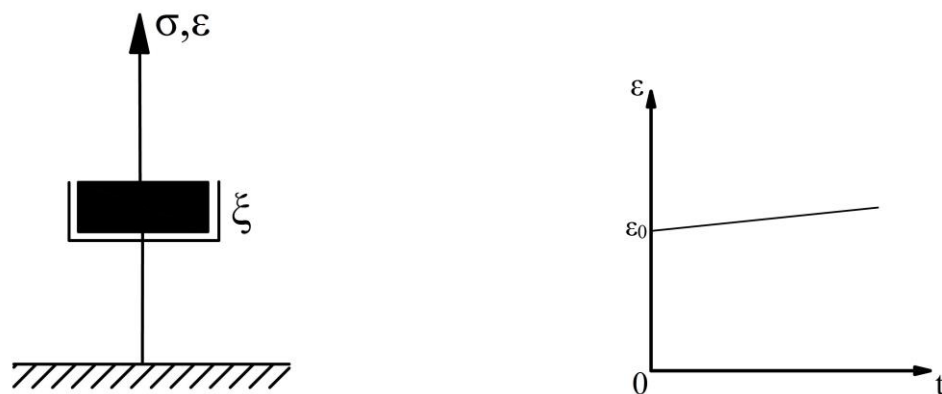
Во всех имеющихся исследованиях полагается, что уравнения состояния достаточно точно описывают изменения напряженно-деформированного состояния материалов в том случае, если внешние условия таковы, что ни деформации, ни напряжения нельзя считать постоянными.

Для наглядности представления реологических процессов обычно используют метод структурных моделей. Этот метод состоит в том, что свойства тела описываются при помощи особым образом подобранной механической модели. Модель должна состоять из элементов, идеально отражающих основные – фундаментальные – качества исходного материала. Так, например, при определенном уровне нагрузок и достаточно быстром их приложении все твердые и связные горные породы ведут себя как упругие тела, подчиняющиеся закону Гука. Это свойство твердых тел моделируется пружиной, жесткость которой пропорциональна модулю упругости (элемент Гука) (рис. 1.29,а).

а)



б)



в)

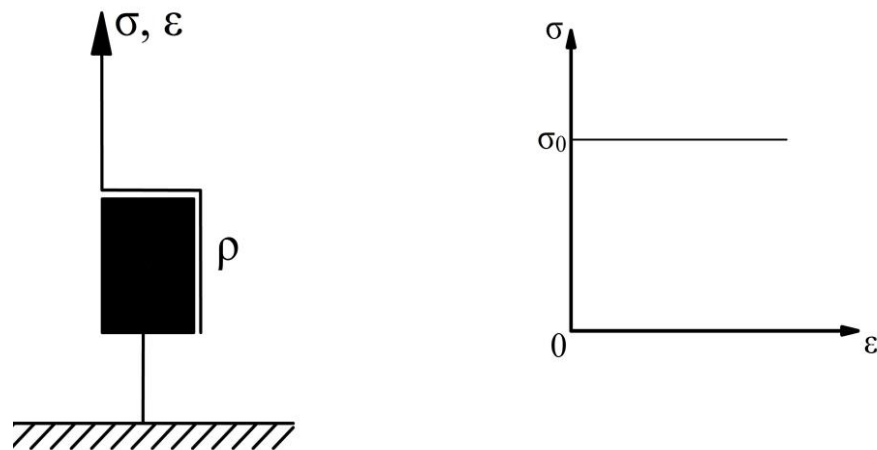


Рис. 1.29. Элементарные реологические модели:
а) Гука; б) Ньютона; в) Сен-Венана

Упругие свойства твердых тел не зависят от времени:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \rightarrow t = 0.$$

Специальными исследованиями установлено, что границы зёрен в поликристаллических материалах, к которым относятся и горные породы, ведут себя как вязкая жидкость. Это обстоятельство приводит к тому, что в таких телах температура существенным образом изменяет внутреннее трение, их деформационные и прочностные характеристики. В условиях достаточно длительных внешних нагрузок поликристаллические материалы ведут себя в целом, как очень вязкая жидкость. Вязкие свойства материалов моделирует элемент Ньютона (рис. 1.29,б), который представляет собой демпфер - цилиндр с отверстиями, погруженный в вязкую жидкость. Скорость деформирования в этом случае пропорциональна действующему напряжению

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\xi} \sigma, \quad (1.30)$$

где ξ - коэффициент вязкости, $\frac{1}{\xi}$ - коэффициент текучести.

При заданном постоянном напряжении полная деформация к моменту времени t составит $\varepsilon = \frac{1}{\xi} \sigma_0 t$, а при изменяющихся во времени напряжениях

$$\varepsilon = \frac{1}{\xi} \int_0^t \sigma(t) dt .$$

При достаточно больших нагрузках в горных породах начинается разрушение внутренних структурных связей, что приводит к образованию необратимых (пластических) деформаций. Это свойство реальных твердых тел отражает элемент Сен-Венана. Он представляет собой элемент сухого трения: брусок, лежащий на жесткой поверхности (рис. 1.29, в). При нагрузке, меньшей некоторой критической величины S , деформация равна нулю, при большей - деформация неопределенна: система приходит в движение, и брусок остается там, где прекратилось действие силы.

Таким образом, рассмотренные выше элементарные механические модели имеют вполне определенную физическую основу. Соединяя структурные элементы друг с другом тем или иным образом, создают более сложные модели, в большей степени отражающие реальные свойства конкретных материалов. Схемы соединения этих элементов определены лишь феноменологически, т.е. по формальному соответствию свойств составленной модели свойствам реальных тел. Одна из первых простых структурных механических моделей твердого тела была предложена Максвеллом. Она представляет собой соединенные последовательно вязкий и упругий элементы (рис. 1.30, а).

Нагрузка, приложенная к системе, вызывает мгновенную упругую деформацию пружины, соответствующую закону Гука. В дальнейшем деформация системы растет во времени с постоянной скоростью за счет вязкого элемента. При снятии нагрузки модель получит обратную деформацию, равную начальной упругой, вязкая составляющая деформации необратима.

Если модели задать постоянную деформацию, то поршень будет двигаться вверх до тех пор, пока натяжение пружины не станет равным нулю и вся упругая деформация перейдет в вязкую. Это явление соответствует релаксации напряжений.

а)

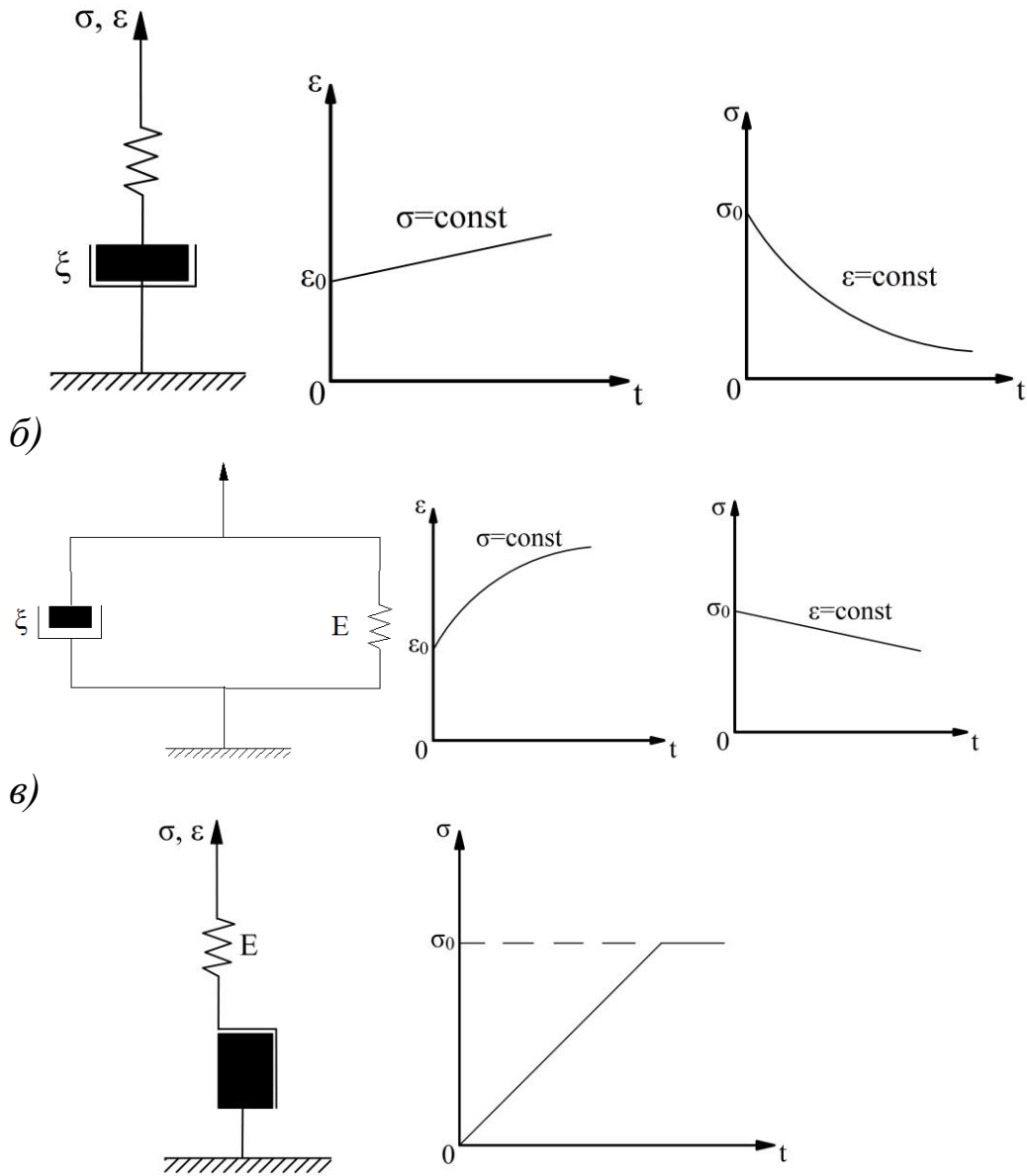


Рис. 1.30. Реологические модели: а) Максвелла; б) Кельвина-Фойгта; в) Сен-Венана

Уравнение состояния для среды Максвелла можно получить из следующих соображений. Скорость деформации ε' очевидно должна складываться из скорости упругой деформации $\varepsilon'_{yn} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt}$ и скорости вязкой деформации $\varepsilon'_v = \frac{\sigma}{Et_0}$, где $\frac{1}{Et_0} = \frac{1}{\xi}$ - коэффициент пропорциональности. Таким образом

$$\varepsilon' = \frac{1}{E} \sigma' + \frac{\sigma}{Et_0}. \quad (1.31)$$

Здесь t_0 – некоторая постоянная, имеющая размерность времени. Из уравнения (1.31) получим

$$E \cdot \varepsilon' = \sigma' + \frac{\sigma}{t_0}, \text{ или } E \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{t_0}. \quad (1.32)$$

Выражение (1.32) и есть дифференциальное уравнение состояния среды Максвелла. После интегрирования, при $\sigma = \sigma_0 = const$, это уравнение приводится к выражению

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 + \frac{t}{t_0} \right), \text{ или } \varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{t}{t_0} \right), \quad (1.33)$$

где произвольная постоянная интегрирования $\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}$ есть упругая деформация при $t=0$.

При $\varepsilon = \varepsilon_0 = const$ получим

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right). \quad (1.34)$$

Таким образом, ползучесть деформаций в среде Максвелла характеризуется линейным законом, а релаксация напряжений – экспоненциальным. Постоянная величина t_0 называется **периодом релаксации**. Как следует из формулы (1.34), она численно равна времени, за которое напряжения падают в e раз, где e – основание натуральных логарифмов.

Эта схема только качественно отражает свойства реальных тел, количественные же результаты плохо согласуются с опытом.

Структурная модель среды Кельвина-Фойгта представляет собой параллельное соединение вязкого и упругого элементов (рис. 1.30,б). Приложение нагрузки в такой среде не вызывает мгновенных упругих деформаций. Деформации растут от нуля при $t=0$ до какой-то величины, определяемой силой P и упругостью пружины.

При разгрузке деформация не падает до нуля. Релаксации напряжений в такой среде не наблюдается. Уравнение состояния получим, суммируя упругую часть напряжения, пропорциональную деформации, и вязкую часть, пропорциональную скорости деформации [11]:

$$\sigma = a\varepsilon + b \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (1.35)$$

При $\sigma = \sigma_0 = const$ получим

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{a}{b} \varepsilon = \frac{1}{b} \sigma_0. \quad (1.36)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{b} + c \exp\left(-\frac{a}{b}t\right), \quad (1.37)$$

а при $\varepsilon = \varepsilon_0 = const$ получим

$$\sigma = a\varepsilon_0. \quad (1.38)$$

Очевидное несоответствие двух описанных выше моделей свойствам реальных сред побудило Пойтинга и Томпсона предложить модель так называемой стандартной линейной среды (рис. 1.31).

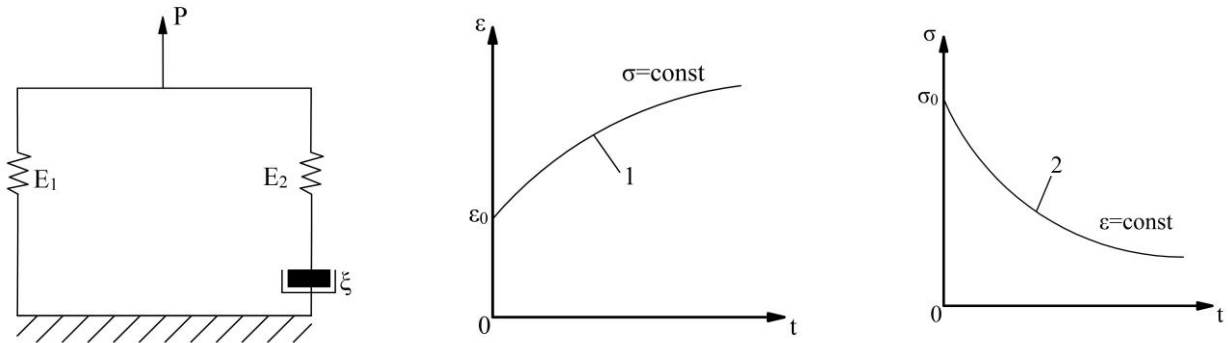


Рис. 1.31. Модель среды Пойтинга-Томпсона:
1 - кривая ползучести; 2 - кривая релаксации напряжений

Она представляет собой модель Максвелла, параллельно которой помещен еще один упругий элемент. Нагрузка, приложенная к такой модели, вызовет, прежде всего, мгновенную упругую деформацию обеих пружин.

В дальнейшем деформация будет расти за счет растяжения пружин, но она имеет предел, определяемый величиной силы P и упругостью пружины 1.

При снятии нагрузки деформация мгновенно уменьшается на некоторую величину, зависящую от степени растяжения пружины 2, а затем постепенно падает до нуля. В такой модели наблюдается частичная релаксация напряжений. Если зафиксировать деформацию, поршень будет двигаться до тех пор, пока напряжение в пружине 2 не упадет до нуля. Напряжение же в пружине 1 останется неизменным.

Дифференциальное уравнение состояния среды имеет вид

$$\sigma + a \frac{d\sigma}{dt} = b\varepsilon + c \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (1.39)$$

При $\sigma = \sigma_0 = const$ имеем

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{b}{c}\varepsilon = \frac{1}{c}\sigma_0. \quad (1.40)$$

Интеграл этого уравнения равен

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{b} + \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_0}{b} \right) \exp\left(-\frac{b}{c}t \right). \quad (1.41)$$

При $\varepsilon = \varepsilon_0 = const$ получим уравнение

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{a}\sigma = \frac{b}{a}\varepsilon_0, \quad (1.42)$$

решение которого имеет вид

$$\sigma = b\varepsilon_0 + (\sigma_0 - b\varepsilon_0) \exp\left(-\frac{t}{a} \right). \quad (1.43)$$

Данные экспериментов свидетельствуют о том, что во всех случаях при достаточно высоких нагрузках деформация после снятия нагрузки мгновенно уменьшается на некоторую величину, а затем постепенно уменьшается до некоторой отличной от нуля величины. В модели Максвелла при разгрузке деформация не изменяется вовсе, а моделях Кельвина-Фойгта и Пойтинга-Томпсона при $t \rightarrow \infty$ деформация уменьшается до нуля.

Таким образом, эти модели, удовлетворительно описывая поведение реальной среды при нагрузке, становятся непригодными для описания разгрузки.

Для более полного описания поведения реальной среды под нагрузкой механическая модель должна содержать еще один структурный элемент, учитывающий возникновение пластических деформаций.

Простейшая модель такой упруго-пластической среды была предложена Сен-Венаном. Она представляет собой элемент сухого трения, соединенный последовательно с упругим элементом Гука (рис.1.30,в). В этой модели деформация тела состоит из двух частей: обратимой упругой и необратимой пластической. Реологических явлений в модели не происходит. Условие возникновения пластических деформаций записывается в виде $\tau_{\max} = S$, где S - некоторая механическая константа моделируемой среды: предел прочности на одноосное сжатие, растяжение, угол внутреннего трения и т.п.

При последовательном соединении модели Сен-Венана и элемента вязкого трения можно получить модель Бингама (рис. 1.32).

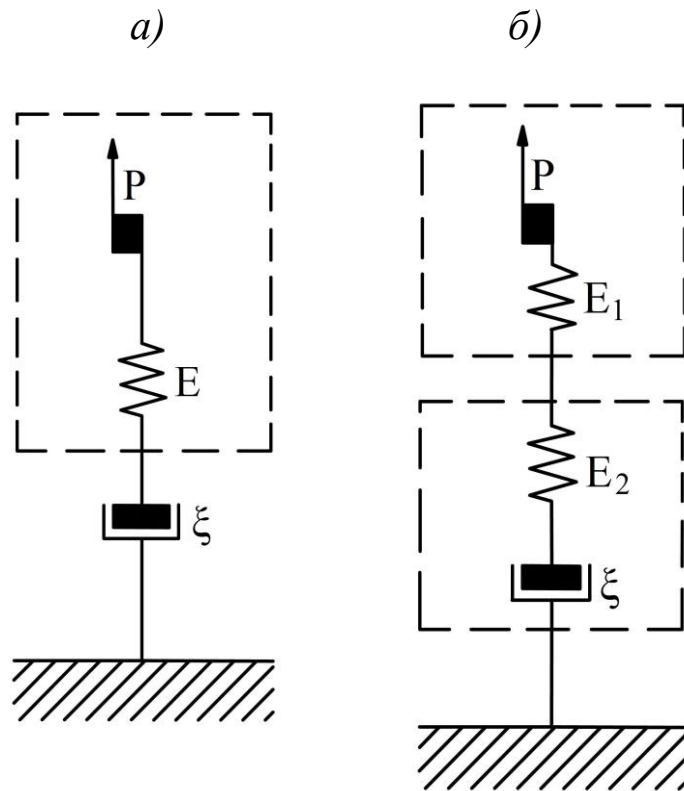


Рис. 1.32. Модель среды: Бингама (а) и Шведова (б)

При нагрузке, превышающей предел текучести, возникает течение. При постоянной нагрузке скорость деформации также постоянна. После снятия нагрузки упругая деформация исчезает, вязкопластическая остается. Релаксация напряжений не наблюдается.

Уравнения состояния получим, суммируя пластическую часть напряжений, равную предельному напряжению сдвига

$$\sigma_{nl} = \tau_s \sqrt{3}, \quad (1.44)$$

где τ_s - предел прочности на сдвиг, и вязкую часть, пропорциональную скорости деформаций

$$\sigma_s = a \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (1.45)$$

Таким образом, имеем

$$\sigma = \tau_s \sqrt{3} + a \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (1.46)$$

При $\sigma = \sigma_0 = const$ получим

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_0 - \tau_s \sqrt{3}}{a} t. \quad (1.47)$$

При $\varepsilon = \varepsilon_0 = const$

$$\sigma_s = \tau_s \sqrt{3}.$$

Шведовым была предложена модель, представляющая собой последовательное соединение моделей среды Сен-Венана и Максвелла. Эта среда при нагрузке, не превосходящей предела текучести, ведет себя как упругая. При большей нагрузке среда начинает течь, причем напряжение в ней зависит от скорости деформации.

При разгрузке часть упругой деформации, соответствующая пружине 1 исчезает мгновенно, а часть упругих деформаций, соответствующая пружине 2, переходит в вязкую. При постоянной деформации часть напряжения, соответствующая пружине 1, не релаксирует.

Уравнение состояния среды Шведова имеет вид

$$\sigma + b \frac{d\sigma}{dt} = \tau_s \sqrt{3} + a \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (1.48)$$

При $\sigma = \sigma_0 = const$ решение уравнения (1.48) имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_0 - \tau_s \sqrt{3}}{a} t, \quad (1.49)$$

при $\varepsilon = \varepsilon_0 = const$

$$\sigma_s = \tau_s \sqrt{3} + c \exp\left(-\frac{t}{b}\right). \quad (1.50)$$

Сравнивая среды Бингама и Шведова, можно отметить их существенную общность. Часто в литературе их объединяют одним названием Бингама-Шведова, имея в виду модель Бингама.

Общее уравнение всех рассмотренных выше сред имеет вид [9]:

$$a_1 + a_2 \varepsilon + a_3 \frac{d\varepsilon}{dt} = a_4 \sigma + a_5 \frac{d\sigma}{dt}. \quad (1.51)$$

В самом деле, при $a_1 = a_2 = 0$ получим уравнение среды Максвелла; при $a_1 = a_5 = 0$ - среды Фойгта; при $a_1 = 0$ - среды Пойтинга-Томпсона; при $a_2 = a_3 = a_5 = 0$ - среды Сен-Венана; при $a_2 = a_5 = 0$ - среды Бингама; при $a_2 = 0$ - среды Шведова.

С точки зрения релаксации все среды можно разделить на релаксирующие и нерелаксирующие. К первым относится среда Максвелла, Пойтинга-Томпсона, Шведова, ко вторым - Кельвина-Фойгта, Сен-Венана, Бингама.

Существуют модели более приближенные к реальной среде. К ним относится модель Бюргерса, или компаунд-модель (рис. 1.33).

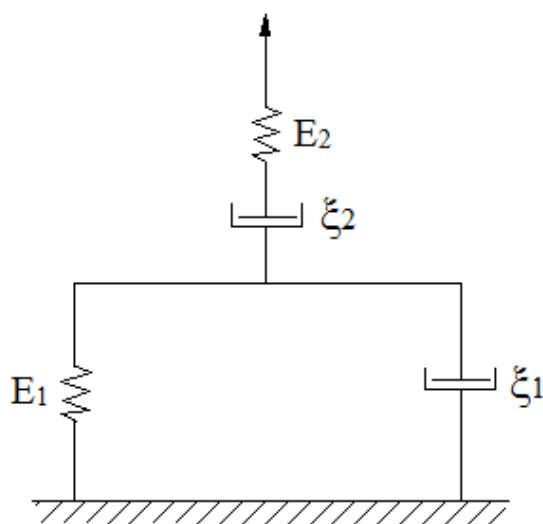


Рис. 1.33. Модель Бюргера, или компаунд-модель

Она учитывает наиболее важные, имеющие практическое значение, составляющие процесса деформирования породы: мгновенные деформации, деформации запаздывающей упругости и деформации вязкой текучести.

Следует отметить, что чем сложнее модель, тем хуже она поддается математическому описанию. Поэтому при выборе реологических моделей руководствуются принципом разумной достаточности.

Лабораторные исследования реологических свойств горных пород ведутся не часто, что связано с рядом определенных трудностей. Чаще всего изучают ползучесть деформаций и значительно реже – релаксацию напряжений.

Реологические исследования связаны с длительными экспериментами, которые продолжаются месяцы и годы. В связи с этим в качестве нагрузочных устройств используют пружинные или рычажные устройства. С их помощью получают кривые при разных нагрузках (от 30 до 80 % от разрушающей). Характерные реологические кривые приведены на рис. 1.34 и 1.35.

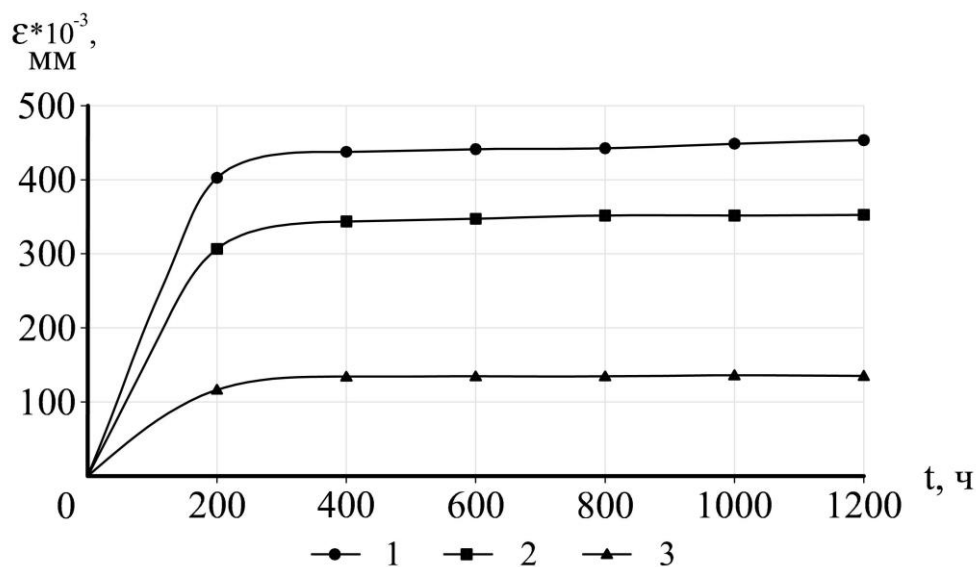


Рис. 1.34. Кривые ползучести алевролитов [8]: 1 - $\sigma=600$ кгс/см²; 2 - $\sigma=450$ кгс/см²; 3 - $\sigma=200$ кгс/см²;

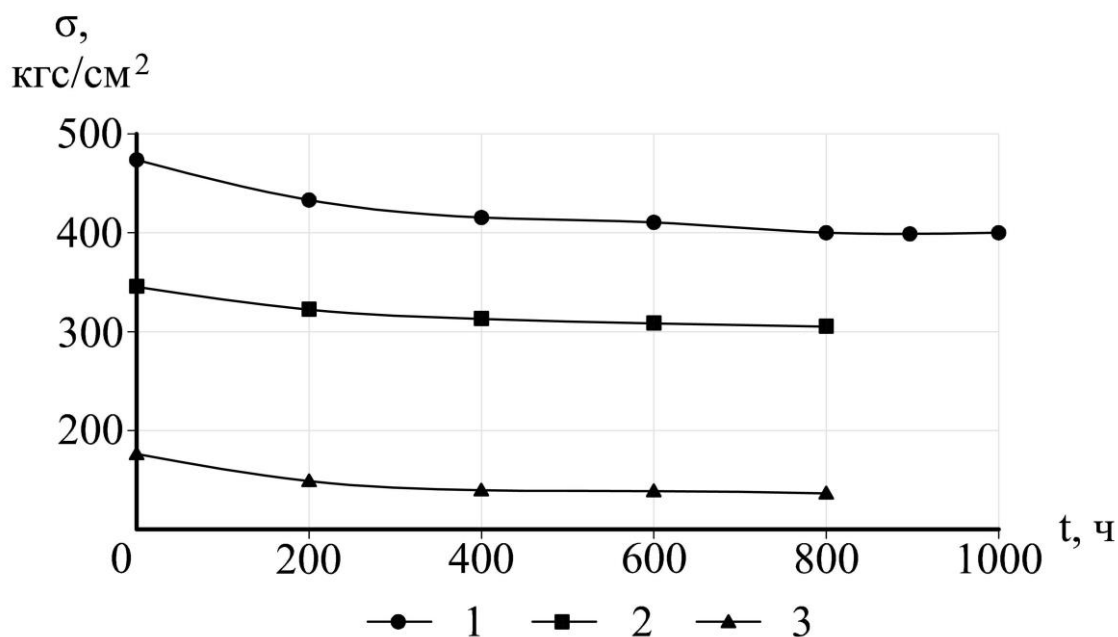


Рис. 1.35. Кривые релаксации напряжений алевролитов [8]: 1 - $\sigma=600$ кгс/см²; 2 - $\sigma=450$ кгс/см²; 3 - $\sigma=200$ кгс/см²

Особенностью кривых ползучести является то, что в первые часы нагружения развивается основная часть упруго-вязких деформаций, а в дальнейшем рост их существенно замедляется и кривые асимптотически стремятся к некоторому пределу, зависящему от величины заданной нагрузки. Несколько иначе протекает процесс релаксации

напряжений. Форма кривых зависит от генезиса, состава и строения горной породы.

1.9. Понятие о теории наследственной ползучести

Согласно современным представлениям, напряжения, возникающие в реальных телах, состоят из двух частей: первое слагаемое зависит от деформации в данный момент времени t , второе - от деформаций, существовавших в теле в течение времени, предшествовавшего настоящему моменту времени - τ (рис. 1.36). Время непрерывно изменяет структуру вещества.

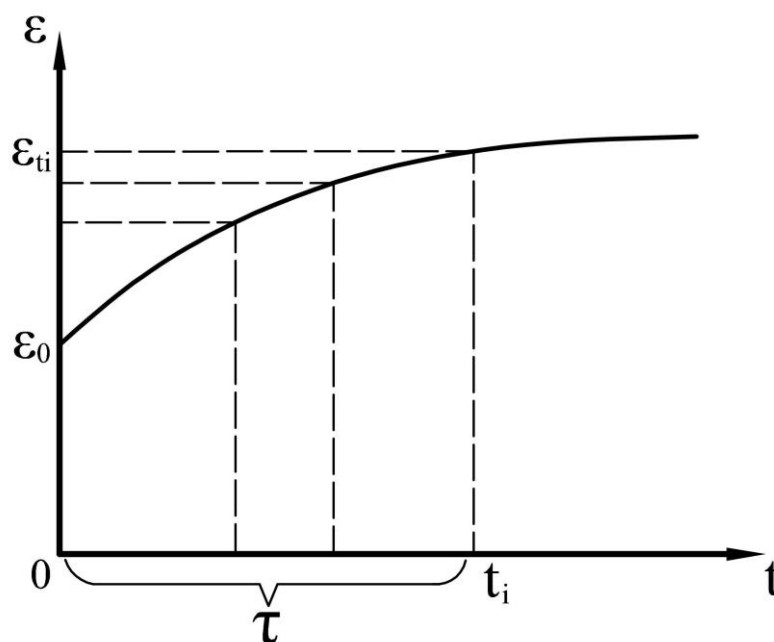


Рис. 1.36. Процесс деформирования твердого тела, имеющего предысторию нагружения

Теория, позволяющая определять деформации в среде с учетом истории ее нагружения, называется **теорией наследственной ползучести**.

Теория наследственного изменения внутренних факторов с учетом «памяти» материала о всех временных структурных изменениях, возникающих в процессе нагружения, и предполагающая линейную зависимость между напряжениями и деформациями в любой момент времени, получила название **теории линейной наследственной ползучести**.

Теория линейной наследственности была предложена Л. Больцманом с использованием математического аппарата интегральных уравнений В. Вольтерра.

В соответствии с этой теорией, деформации среды под действием внешних сил продолжают и после их приложения (наследственность), при этом деформации в каждый момент времени прямо пропорциональны действовавшим в разные моменты времени напряжениям (линейность) и суммируются, растут во времени (принцип суперпозиции).

Проиллюстрируем изложенное выше на следующем примере. Построим кривые ползучести $\varepsilon=f(t, \sigma)$ при разных уровнях напряжения (рис.1.38,а). Затем в координатах « $\sigma - \varepsilon$ » построим графики в моменты времени t_i ($i=1,2,3\dots$) (рис. 1.37,б).

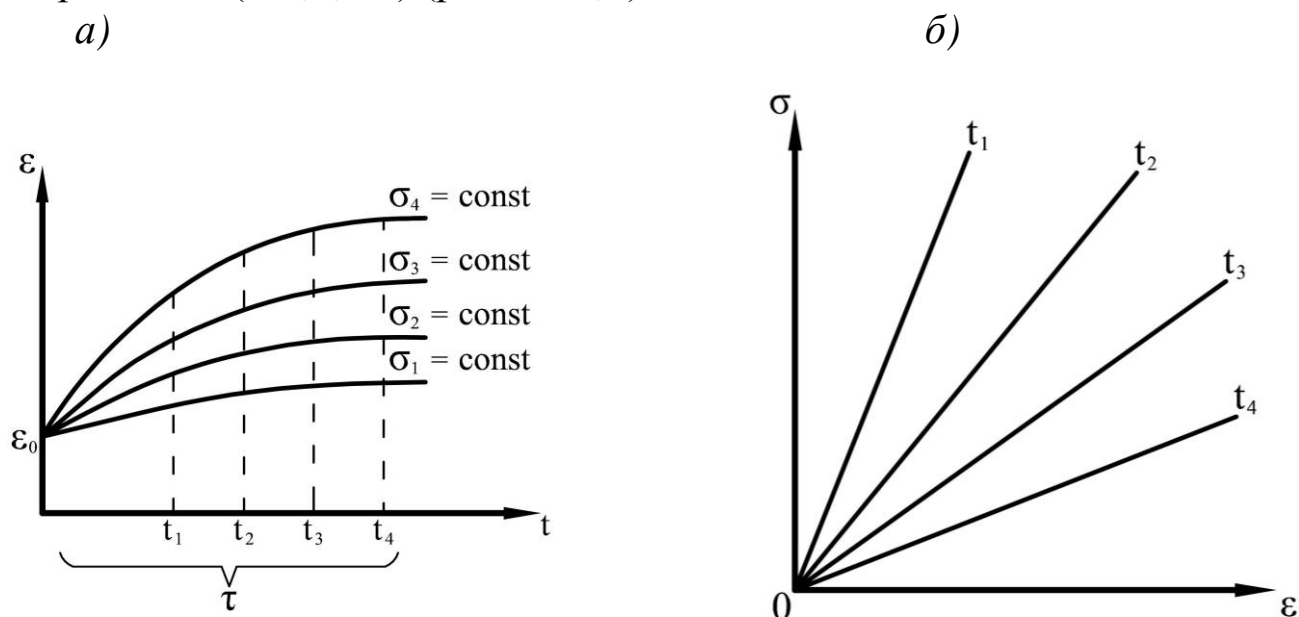


Рис. 1.37. Деформирование во времени наследственной среды

Если получившиеся при этом изохронные зависимости являются прямыми линиями (или близкими к ним), то мы имеем дело с линейной наследственной средой.

Ползучесть материалов в теории линейной наследственности описывается интегральным уравнением Вольтерра второго рода

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \frac{1}{E_0} \int_0^t L(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau, \quad (1.52)$$

где $\sigma(t)$ и $\varepsilon(t)$ - напряжения и деформации в настоящий момент времени t , τ - время, предшествующее моменту времени t ; $L(t)$ - некоторая функция, учитывающая влияние времени на деформации и напряжения в теле.

При $\sigma(t)=\sigma_0=\text{const}$ из соотношения (1.52) получим уравнение ползучести деформаций

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 + \int_0^t L(\tau) d\tau \right). \quad (1.53)$$

Дифференцируя обе части уравнения (1.53) по времени, получим выражение:

$$L(t) = \frac{E}{\sigma_0} \frac{d\varepsilon}{dt}, \quad (1.54)$$

из которого следует, что $L(t)$ представляет собой функцию скорости ползучести. Функцию же $L(t-\tau)$ называют **ядром интегрального уравнения** Вольтерра (1.52). Решая его относительно $\sigma(t)$, получим,

$$\sigma(t) = E\varepsilon_0 - \int_0^t K(t-\tau)\varepsilon(\tau)d\tau. \quad (1.55)$$

При $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 = const$, получим из (1.55) уравнение релаксации напряжений

$$\sigma(t) = E\varepsilon_0 \left(1 - \int_0^t K(\tau) d\tau \right). \quad (1.56)$$

Дифференцируя обе части уравнение (1.56) по t , получим выражение для $K(t)$

$$K(t) = -\frac{1}{E\varepsilon_0} \frac{d\sigma(t)}{dt}. \quad (1.57)$$

Функции $K(t)$ и $L(t)$ взаимосвязаны и это позволяет по одной из них найти другую. Функция $K(t)$ называется **резольвентой интегрального уравнения** Вольтерра (1.53).

Уравнение ползучести (1.53) можно записать в виде

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E}, \quad (1.58)$$

где \bar{E} - временной оператор, определяемый в результате обработки экспериментальных данных. Ю.Н. Работнов [47] показал, что задачу линейной наследственности можно формально рассматривать, как задачу теории упругости, в которой вместо упругих постоянных E и μ необходимо использовать их временные аналоги (интегральные операторы) - \bar{E} и $\bar{\mu}$. Ж.С. Ержанов [48] установил, что деформирование ряда горных пород до определенного уровня нагружения соответствует уравнению (1.53) с ядром ползучести в виде степенной функции (ядро типа Абеля):

$$L(t, \tau) = \delta(t - \tau)^{-\alpha}, \quad (1.59)$$

где δ и α - реологические характеристики, получаемые экспериментально.

Интегральное уравнение ползучести с ядром Абеля имеет следующее решение

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 + \frac{\delta t^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right) = \frac{\sigma_0}{E}. \quad (1.60)$$

Сложность решения задач методами теории наследственной ползучести заключается в расшифровке временных операторов.

Часто при постоянстве граничных условий для решения задач геомеханики используют метод переменных модулей, который заключается в том, что вместо интегральных операторов \bar{E} и $\bar{\mu}$ используют временные функции $E(t)$ и $\mu(t)$.

Из выражения (1.60) следует, что временная функция модуля деформации имеет вид

$$E(t) = \frac{E}{1 + \Phi}, \quad (1.61)$$

где Φ - функция ползучести, равная

$$\Phi = \frac{\delta t^{1-\alpha}}{1-\alpha}.$$

Временная функция для коэффициента Пуассона определяется выражением

$$\mu(t) = 0,5 - \frac{0,5 - \mu}{1 + \Phi}. \quad (1.62)$$

Из формул (1.61) и (1.62) следует отметить, что при продолжительном воздействии нагрузок ($t \rightarrow \infty$, $\Phi \rightarrow \infty$) модуль упругости стремиться к нулю, а коэффициент Пуассона – к 0,5, что свойственно жидкостям. Таким образом, гипотеза о гидростатическом распределении напряжений в массиве горных пород до проведения выработок, при условии отсутствия неотектонических сил, получает свое подтверждение.

Следует также отметить, что использование теории наследственной ползучести оправдано только в том случае, когда действующие в породном массиве напряжения не превышают длительной прочности массива.

1.10. Определение механических свойств горных пород в натуральных условиях

Как уже отмечалось выше, механические свойства горных пород, получаемые в лабораторных условиях, не соответствуют механическим свойствам реальных массивов горных пород и это несоответствие проявляется в виде масштабного эффекта. Об образце горных пород можно говорить как о некоторой идеализированной модели породного массива. Отмеченное обстоятельство послужило поводом для изыскания путей получения механических констант в натуральных условиях, т.е. непосредственно в горных выработках.

Для определения предела прочности на одноосное сжатие и деформационных характеристик известны следующие схемы. В горной выработке в процессе проходки оставляли небольшие целики нетронутой породы, которым затем пилами придавали по возможности правильную геометрическую форму. С помощью гидродомкратов, способных развивать усилие в 150-200 т, такой целик нагружался до разрушения. В процессе нагружения измерялись деформации вертикальные и горизонтальные, что позволяло определить упругие показатели. Для равномерной передачи давления под опорой домкрата устраивали специальную постель из песка, медного листа и слоя бетона (рис.1.38,а). Целики размером $0,6 \times 0,6 \times 1,0$ м располагали с учетом залегания пород - перпендикулярно и параллельно напластованию.

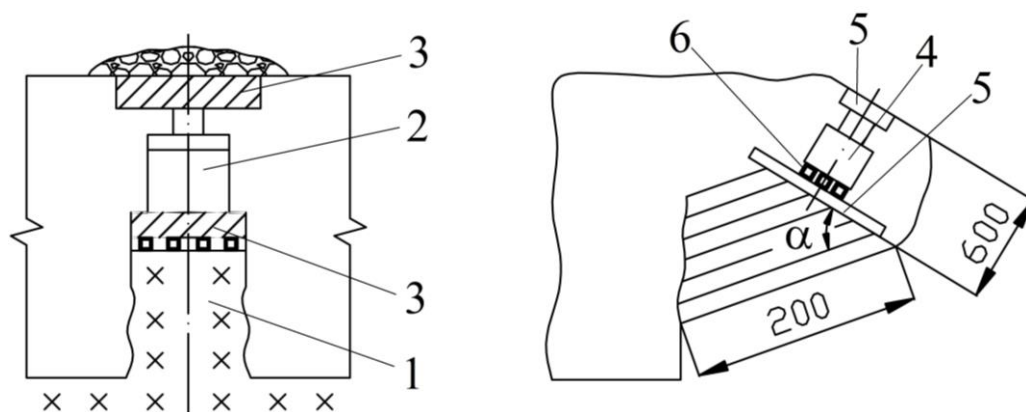


Рис. 1.38. Схемы испытания горных пород в выработках:
 а) – на сжатие; б) – на сдвиг; 1 – столб породы; 2 – домкрат;
 3 – стальные плиты; 4 – домкрат; 5 – плиты; 6 – ролики

Для изучения сопротивления пород сдвигу во ВНИМИ проводились опыты по схеме, которая изображена на рис. 1.39,б. Для определения параметров сцепления - C и угла внутреннего трения - ρ опыты проводились под разными углами α к напластованию.

Получение механических констант горных пород в натуральных условиях сопряжено со значительной трудоемкостью работ. Эти уникальные эксперименты в настоящее время имеют скорее методологическое значение, чем практическое.

Перспективными следует признать методы, основанные на установлении корреляционной зависимости между определяемыми механическими константами и скоростью прохождения акустических (ультразвуковых) колебаний через породный массив.

Такие исследования массово были выполнены Л.В. Шаумян для Норильского месторождения полиметаллов и О.С. Алферовым [39] для осадочных пород Донбасса. Особое значение имеет последняя работа, в которой породы одной и той же литологической разности разделены на литологические типы в зависимости от фациальной принадлежности, для которых и определялись корреляционные зависимости. Пример таких зависимостей приведен на рис. 1.39.

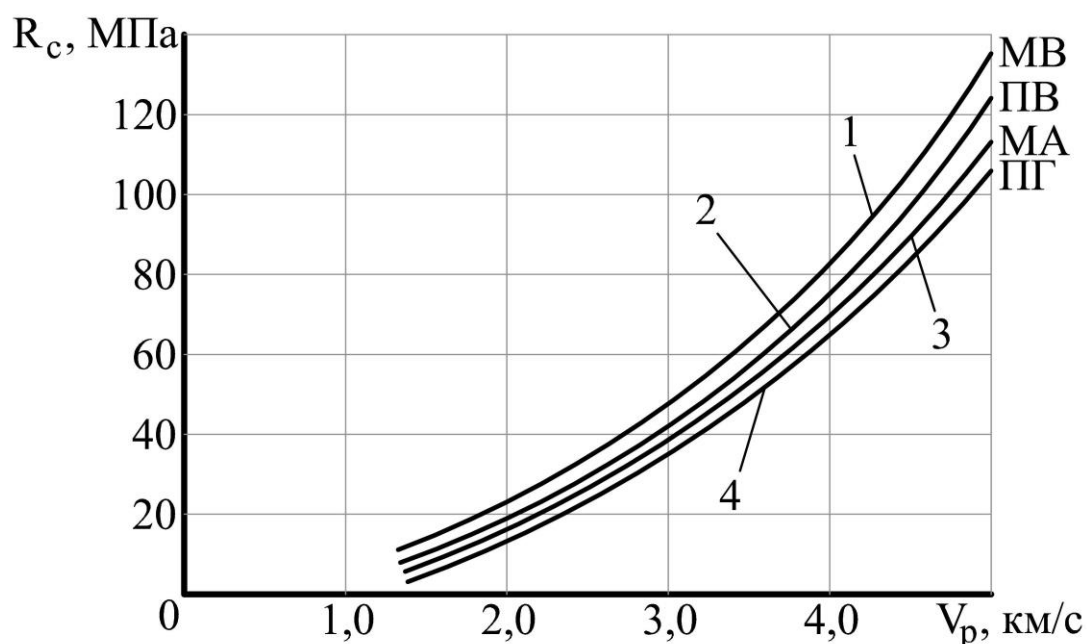


Рис. 1.39. Связь акустических и прочностных свойств для алевролитов (1 – $R_c=59,6 V_p^2$; 2 – $R_c=52,0 V_p^2$; 3 – $R_c=48,9 V_p^2$; 4 – $R_c=47,1 V_p^2$)

1.11. Статистическая обработка результатов измерений

Все реальные процессы, протекающие в природе, обусловлены большим числом внешних и внутренних факторов, действующих слу-

чайным образом. Например, процесс разрушения породных образцов одной и той же литологической разности, определенной фациальной принадлежности протекает в каждом отдельном случае по-разному. Это обусловлено случайной формой структурных связей, величиной содержащейся в образце влаги, наличия текстурных особенностей (внутренние факторы), а также несколько отличающимися размерами образца, технологией их изготовления и скоростью нагружения (внешние факторы).

Таким образом, процесс разрушения образцов с целью получения их механических характеристик - это случайный процесс. Для каждого испытанного образца в процессе лабораторных исследований получают своё, отличное от других, значение механической характеристики.

Для получения достоверных значений искомой механической характеристики необходимо выполнить измерения на возможно большем числе образцов. Для этого пробы, идущие на последующее изготовление образцов, отбирают по определенной методике таким образом, чтобы они в максимальной степени представляли все возможные для данного породного массива колебания минерального состава и структурных особенностей.

По специальным методикам устанавливается необходимое число образцов, в соответствии с которым из **генеральной совокупности** случайным образом отбирают определенное число проб. Отобранная партия проб представляет собой **случайную выборку**. Из каждой пробы изготавливают 3-4 образца максимально допустимых по данной методике размеров.

Результаты измерений каждой группы образцов по всей случайной выборке подвергают статистической обработке. Прежде всего, определяют среднее арифметическое значение всех n измерений параметра X_i

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i . \quad (1.63)$$

Затем вычисляют: среднеквадратическое отклонение единичного результата

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} , \quad (1.64)$$

коэффициент вариации (%), т.е. среднее относительное отклонение полученных результатов измерений от среднего арифметического

$$\eta = \frac{S_n}{\bar{X}} \times 100\%, \quad (1.65)$$

доверительный интервал

$$\Delta X = \frac{t_{n\alpha} S_n}{\sqrt{n}}. \quad (1.66)$$

Коэффициент Стьюдента $t_{n\alpha}$ учитывает отличие случайной выборки от генеральной совокупности и зависит от числа образцов n и требуемой доверительной вероятности (чаще всего $\alpha = 0,85-0,95$). Окончательный результат статистической обработки результатов измерений записывается, например, следующим образом

$$R_c = (200 \pm 10) \text{ МПа при } \alpha = 0,95.$$

Запись показывает, что среднее значение параметра (предел прочности на одноосное сжатие) равно 200 (\bar{X}), а отклонение его от среднего арифметического в 95% случаев не превышает 10 (ΔX).

Из формулы (1.66) легко определить необходимое число испытаний для обеспечения допустимой ошибки измерений не более чем $\xi = \frac{\Delta X}{\bar{X}}$ при известном коэффициенте вариации изучаемого параметра:

$$n = (t_{n\alpha} \eta / \xi)^2. \quad (1.67)$$

Так, если $\eta = 20\%$, заданная ошибка измерений 5%, то $n=7$ образцам (при $\alpha = 0,95$, $t_{n\alpha} = 1,96$).

Биографическая справка

1. Скочинский, Александр Александрович (1874-1960) – известный русский и советский ученый в области горной науки, академик. Занимался вопросами создания безопасных условий труда в шахтах, в частности, исследовал взрывы угольной пыли и метана.



2. Юнг, Янг Томас (1773-1829) - английский физик, один из основоположников волновой теории света. Наиболее важные направления его работ – оптика, механика, акустика, астрономия. Сформулировал принцип интерференции, высказал идею о поперечности световых волн, ввел в практику рас-

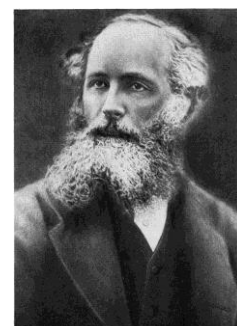


четов модуль упругости.

3. Гук, Роберт (1635-1703) - известный английский естествоиспытатель, разносторонний экспериментатор, физик и архитектор. В 1660г. им был установлен закон для простейшего случая растяжения или сжатия твердого тела в форме стержня. Обобщенный закон Гука для тела произвольной формы утверждает, что ϵ величин, определяющих состояние в точке, выражаются линейно через ϵ величин, определяющих деформацию в окрестности этой же точки. Высказал гипотезу тяготения, улучшил и изобрел многие приборы.



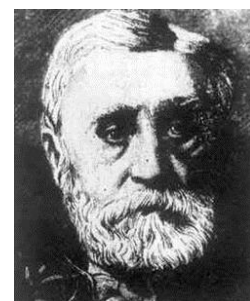
4. Максвелл, Джеймс Кларк (1831-1879) – выдающийся английский физик, создатель классической электродинамики. Его научная деятельность охватывала проблемы электромагнетизма, кинетической теории газов, теории упругости и многое другое.



5. Ньютон, Исаак (1643-1727) - выдающийся английский физик, механик, математик и астроном, создавший теоретические основы классической механики, открывший закон всемирного тяготения. Автор дифференциального и интегрального исчислений.



6. Сен-Венан, Барр (1797-1886) - французский ученый в области механики. Основные труды по теории упругости, сопротивлению материалов, гидравлике, гидродинамике. Заложил основы теории пластичности твердого тела.

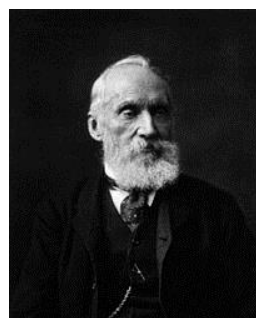


7. Шведов, Федор Никифорович (1840-1905) - русский физико-химик. Один из основоположников реологии дисперсных систем, впервые описал аномалию вязкости коллоидных растворов.



8. Томпсон, А. (1820-1896) - известный английский математик. Двадцатизначные таблицы логарифмов чисел профессора Томпсона являются одними из лучших в табличной литературе.

9. Томсон, Уильям (1824-1907) – известный английский физик, президент Лондонского королевского общества, почетный член Петербургской АН. С 1892г. за научные заслуги получил титул барона (лорда) Кельвина. Он дал одну из формулировок второго начала термодинамики, предложил абсолютную шкалу температур (шкала Кельвина). Экспериментально открыл ряд эффектов, названных его именем. Изобрел многие электроизмерительные приборы, усовершенствовал ряд мореходных инструментов.



10. Больцман, Людвиг (1844-1906) - австрийский физик, один из основоположников статистической физики и физической кинематики, член-корреспондент Петербургской АН, последователь электромагнитной теории Максвелла. Вывел функцию распределения, названную его именем и основное кинетическое уравнение газа. Дал статистическое обоснование второго начала термодинамики, вывел закон излучения (закон Стефана-Больцмана).



11. Вольтерра, Вито (1860-1940) - итальянский математик, член-корреспондент Петербургской АН, профессор университетов в Пизе и Турине. Наиболее известны его работы в области дифференциальных уравнений с частными производными, теории упругости, функциональному анализу.



12. Пуассон, Симеон Дени (1781-1840) – французский математик, механик и физик, почетный член Петербургской АН. Впервые записал уравнение аналитической механики в составляющих импульса, решил ряд задач теории упругости, ввел в практику инженерных и научных расчетов коэффициент Пуассона.



13. Работнов, Юрий Николаевич (1914-1985) – известный советский физик-механик, академик. Основные труды относятся к теории оболочек, теории ползучести и пластичности, динамике пластических сред, механике разрушения. Построил класс специальных операторов, применяемых в наследственной механике. Исследовал теорию ползучести и применил ее к расчету элементов конструкций. Изучил процесс разрушения металлов при высоких температурах, а также механизмы разрушения волокнистых композитов.



14. Абель, Нильс Хенрик (1802-1829) - норвежский математик, его работы привели к появлению ряда новых математических дисциплин, в частности, теории алгебраических функций. Он доказал, что алгебраические выражения степени выше четвертой в общем случае неразрешимы в радикалах. Автор первой работы по интегральным уравнениям.



Контрольные вопросы и задания

1. Какие процессы относят к геомеханическим? Что такое «проявление горного давления»?
2. Как делятся горные породы по происхождению?
3. Какие минералы относятся к породообразующим?
4. Что такое текстура и структура горных пород?
5. Охарактеризуйте слоистость и трещиноватость горных пород?
6. Как классифицируются горные породы в геомеханике? Что такое «коэффициент крепости по М.М. Протодьяконову»?
7. Что называют упругим последствием?
8. Как оценивается хрупкость горных пород?
9. Дайте определение деформационным характеристикам горных пород. Как они определяются в лабораторных условиях?
10. Что такое «предел прочности на одноосное сжатие»? Какими методами он определяется?
11. Что такое «масштабный эффект» и «масштабный фактор»?
12. Охарактеризуйте «бразильский» метод испытаний горных пород.
13. Дайте определение прочностных характеристик для сыпучих и связных горных пород.
14. Что такое «модуль спада»? Как он устанавливается?
15. Дайте определение основным реологическим явлениям. Что такое «период релаксации»?
16. Назовите простейшие (структурные) реологические модели.
17. Какой моделью описывается релаксирующая среда?
18. Чем модель среды Бингамова отличается от модели среды Шведова?
19. Что такое «теория линейной наследственной ползучести»?
20. Какова последовательность обработки результатов наблюдений?